TOBERAS Y DIFUSORES

Primer principio para sistemas abiertos

RECORDATORIO

ecuación de la energía

$$Q = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + W_t$$

$$dQ = dh + c \cdot dc + dW_t$$

trabajo técnico

$$W_t = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} - \int_1^2 v \cdot dp - |W_r|$$

$$dW_t = -c \cdot dc - v \cdot dp - |dW_r|$$

RECORDATORIO

Velocidad del sonido en un gas

$$\boxed{a = \sqrt{\frac{v}{\kappa_s}} = \sqrt{-v^2 \cdot \left(\frac{dp}{dv}\right)_s}}$$

$$\boxed{a = \sqrt{\gamma \cdot p \cdot v}}$$

gas perfecto

$$\boxed{a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T}}$$

TOBERAS Y DIFUSORES

Una tobera es un dispositivo diseñado para transformar entalpía en energía cinética. Por el contrario, un difusor transforma energía cinética en entalpía.

Ecuación de la energía:

$$\cancel{Q} = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \cancel{W_t}$$

$$\boxed{\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = h_1 - h_2}$$

haya o no rozamiento del flujo ($W_r \geq 0$)

Pérdidas y rendimientos

a) ***trabajo de rozamiento*:**

$$W_r = \text{área A12B}$$

b) ***exergía destruida*:**

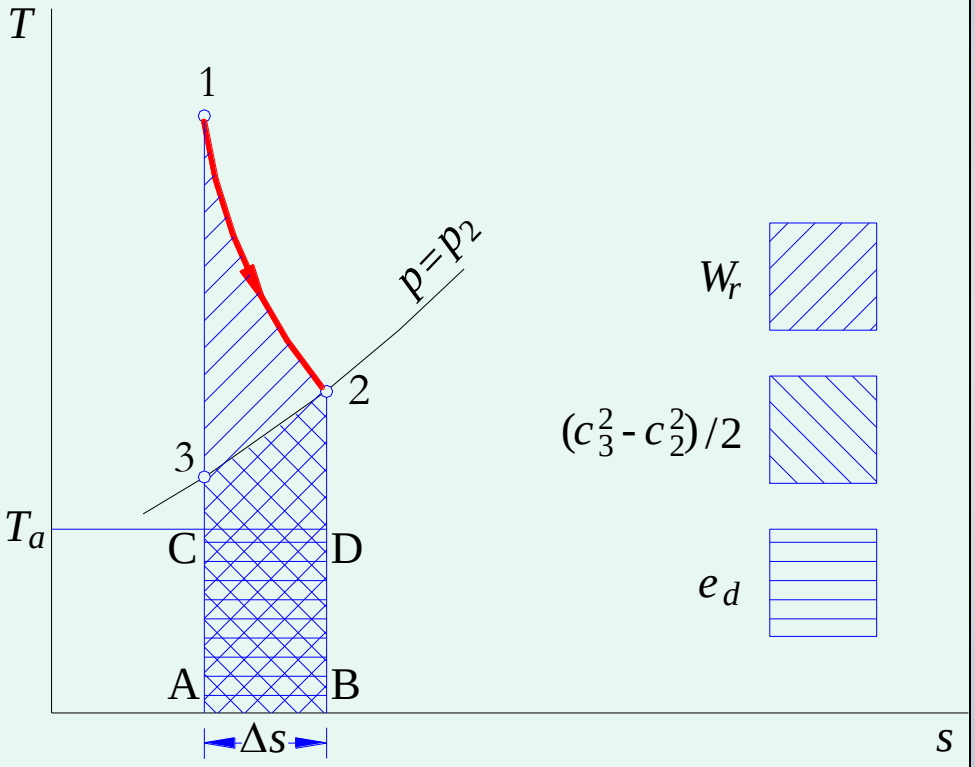
$$e_d = T_a \cdot s_g = T_a \cdot (s_2 - s_1)$$

$$= \text{área ACDB}$$

c) ***diferencia de energía cinética de salida*:**

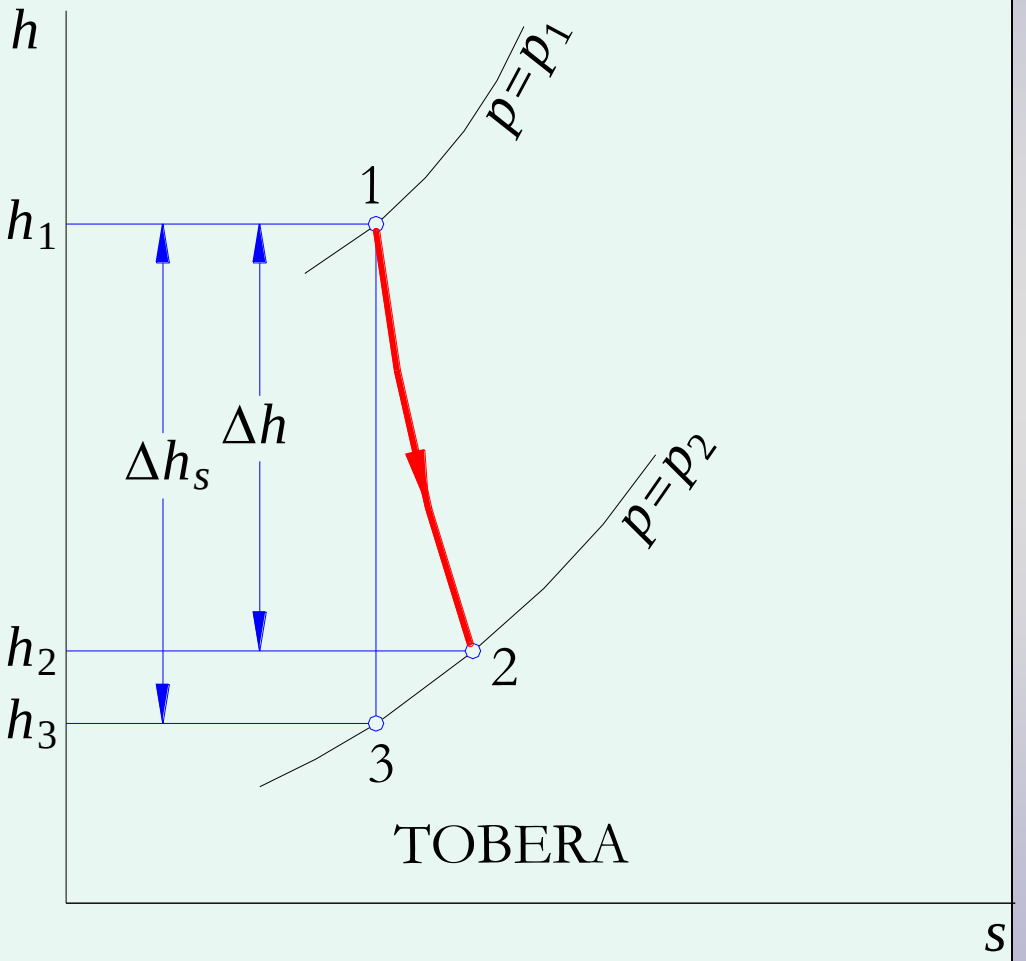
$$(c_3^2 - c_2^2)/2 =$$

$$= h_2 - h_3 = \text{área A32B}$$



Rendimiento adiabático de una tobera

$$\eta = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3} = \frac{\Delta h}{\Delta h_s}$$

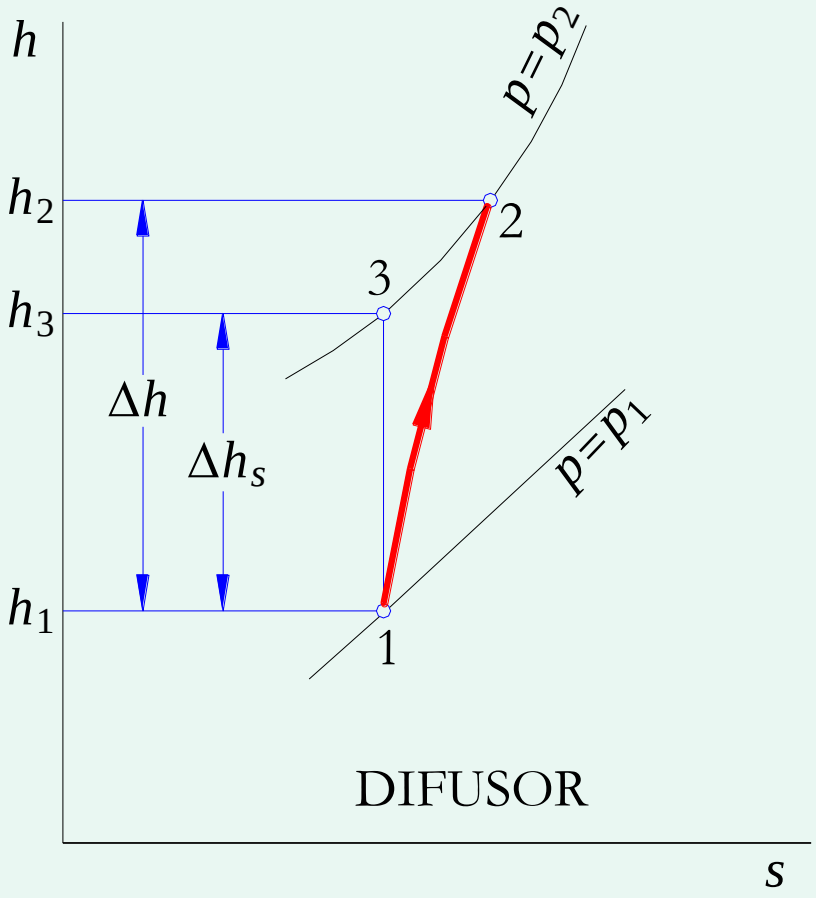


Eficiencia

$$\psi = \frac{e_{f2}}{e_{f1}}$$

Rendimiento adiabático de un difusor

$$\eta = \frac{h_3 - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{\Delta h_s}{\Delta h}$$



Eficiencia

$$\psi = \frac{e_{f2}}{e_{f1}}$$

Diseño de toberas y difusores

Podríamos partir de la ***ecuación de la energía***, o de la fórmula del ***trabajo técnico***. Me resulta más rápido con ésta:

$$\cancel{W}_t = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} - \int_1^2 v \cdot dp - \left| W_r \right|$$

$$d\cancel{W}_t = -c \cdot dc - v \cdot dp - \left| dW_r \right|$$

El proceso podría resultar con muchas pérdidas, si el diseño de la tobera es inadecuado. El mejor diseño correspondería por tanto a la ausencia de ***rozamiento del flujo*: $W_r = 0$**

Si además el sistema es ***adiabático***, lo que es presumible, el proceso sería ***isoentrópico***, y la fórmula anterior quedaría de la forma:

$$c \cdot (dc)_s + v \cdot (dp)_s = 0$$

$$c^2 \cdot \frac{(dc)_s}{c} = -v^2 \cdot \left(\frac{dp}{dv}\right)_s \cdot \frac{(dv)_s}{v} = a^2 \cdot \frac{(dv)_s}{v}$$

El ***número de Mach*** es el cociente entre la velocidad ***c*** del flujo y la velocidad ***a*** del sonido:

$$\mathrm{Ma}^2 \cdot \frac{(dc)_s}{c} = \frac{(dv)_s}{v}$$

Ecuación de continuidad:

$$\dot{m} = \frac{c \cdot A}{v}; \quad \ln \dot{m} + \ln v = \ln c + \ln A$$

Diferenciando y sustituyendo:

$$\frac{dv}{v} = \frac{dc}{c} + \frac{dA}{A}$$

$$\mathrm{Ma}^2 \cdot \frac{(dc)_s}{c} = \frac{(dv)_s}{v}$$

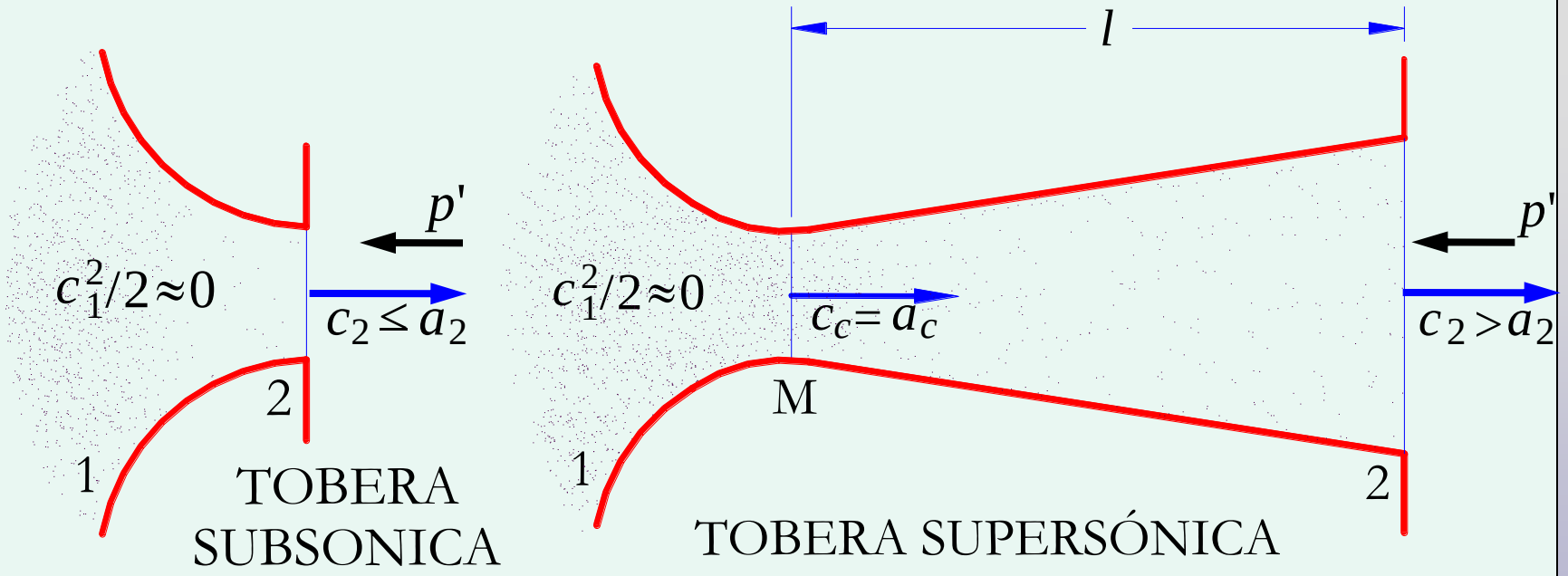
$$\boxed{\frac{(dA)_s}{A} = (\mathrm{Ma}^2 - 1) \cdot \frac{(dc)_s}{c}}$$

$$\frac{(dA)_s}{A} = (\mathrm{Ma}^2 - 1) \cdot \frac{(dc)_s}{c}$$

Toberas ($dc > 0$)

Si Ma < 1, dA negativo. ***Tobera convergente***

Si Ma > 1, dA positivo. ***Tobera divergente***

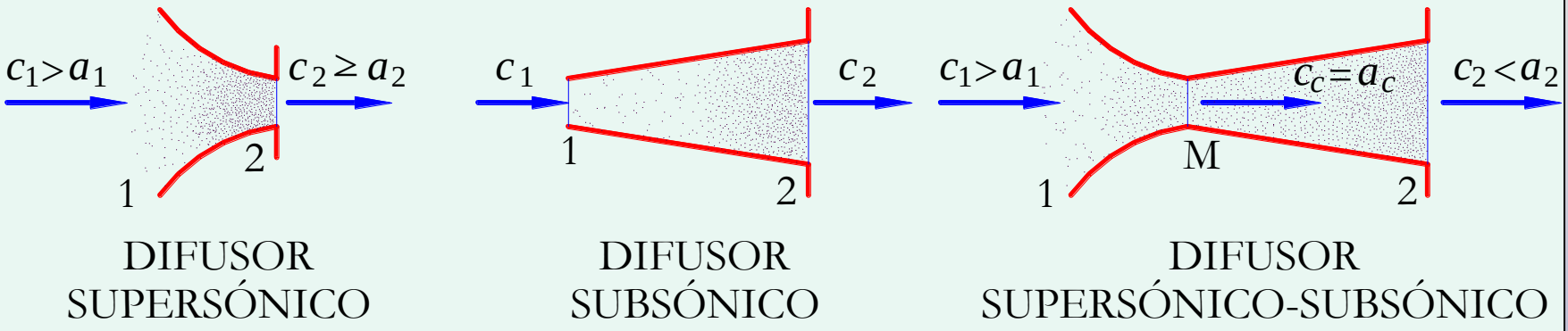


$$\frac{(dA)_s}{A} = (\mathrm{Ma}^2 - 1) \cdot \frac{(dc)_s}{c}$$

Difusores ($dc < 0$)

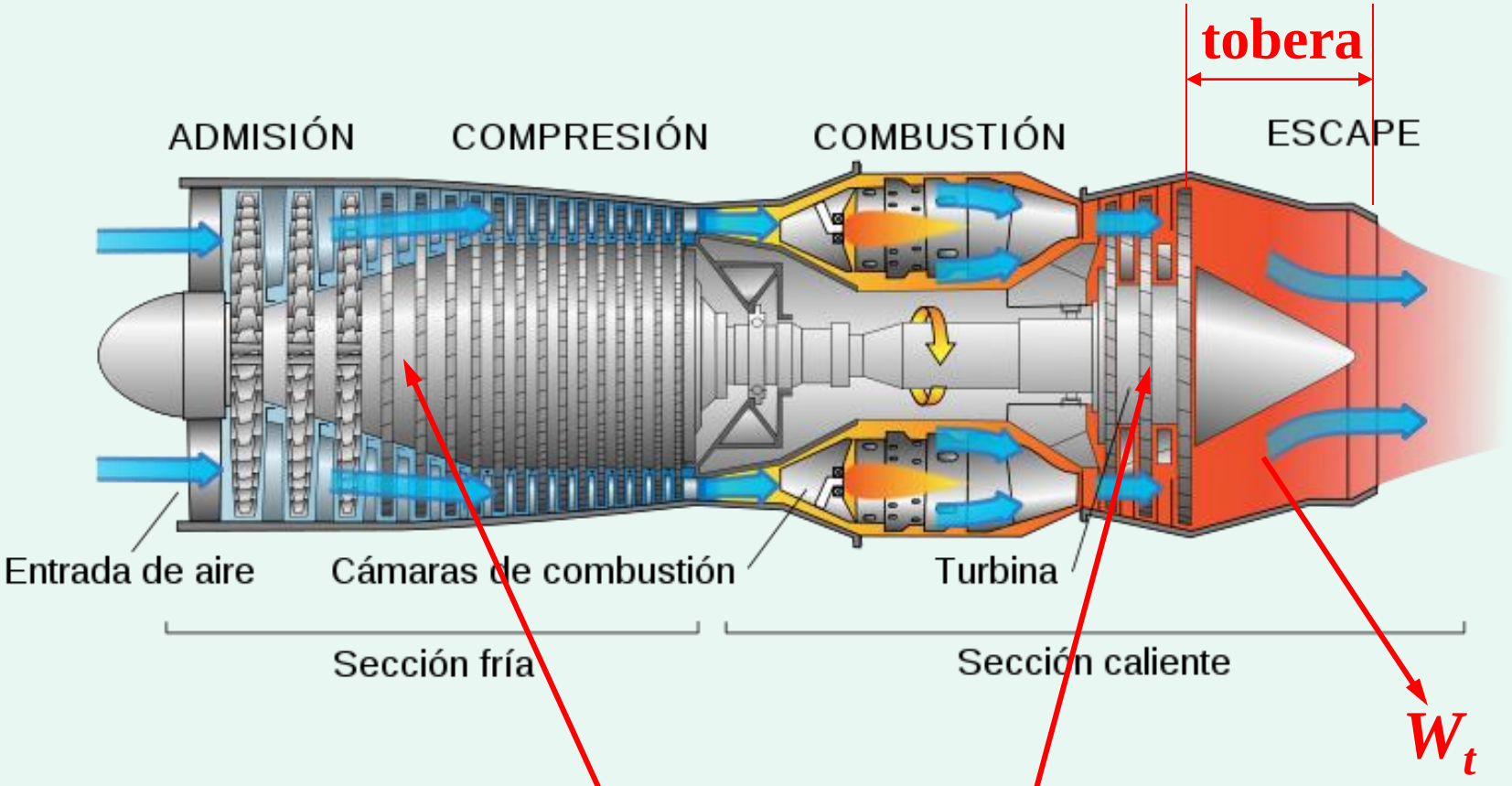
Si Ma > 1, dA negativo. ***Difusor convergente***

Si Ma < 1, dA positivo. ***Difusor divergente***



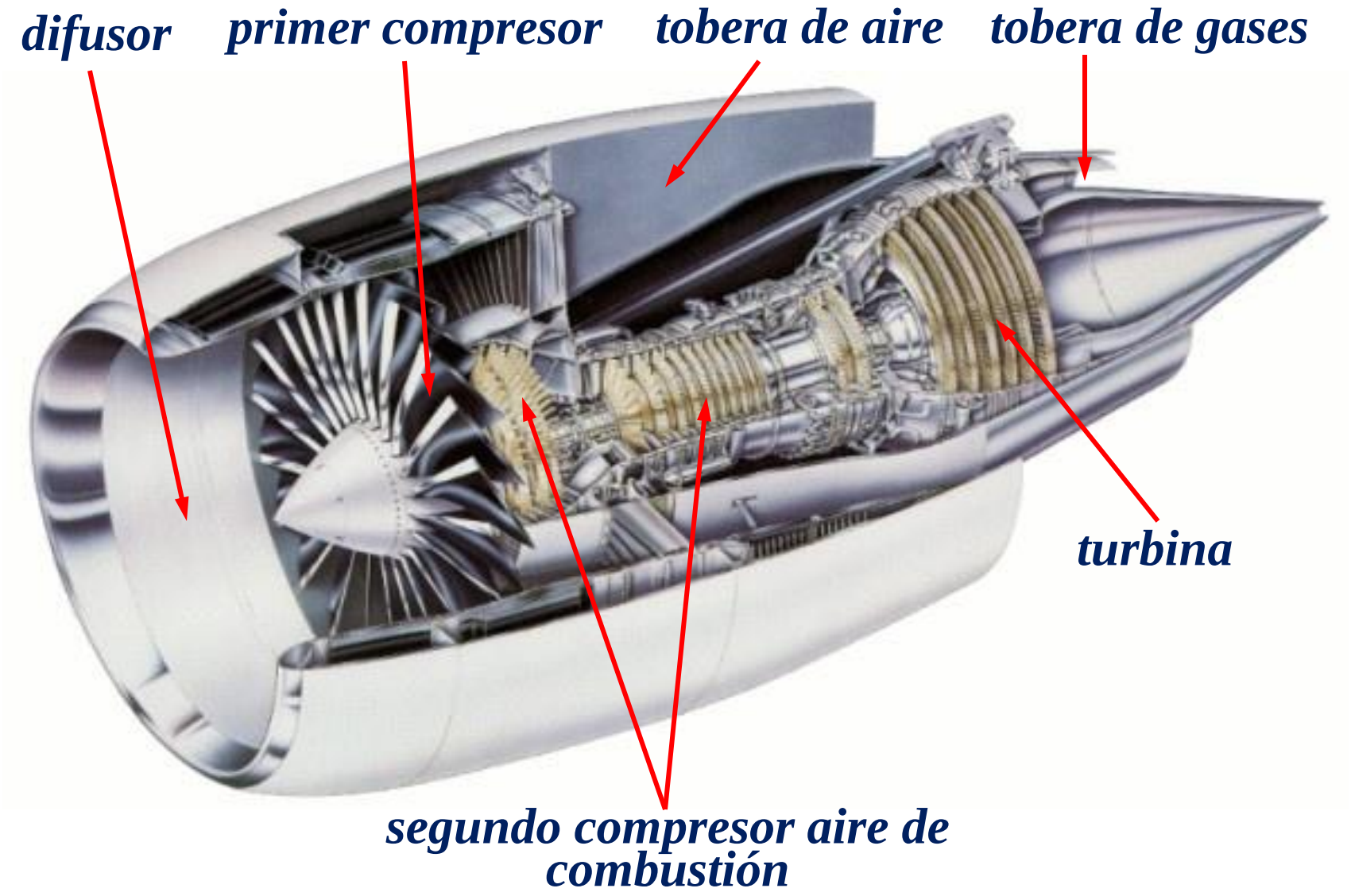
tobera de cohete

Turborreactor



W_t (compresor) = W_t (turbina)

Turborreactor de doble flujo

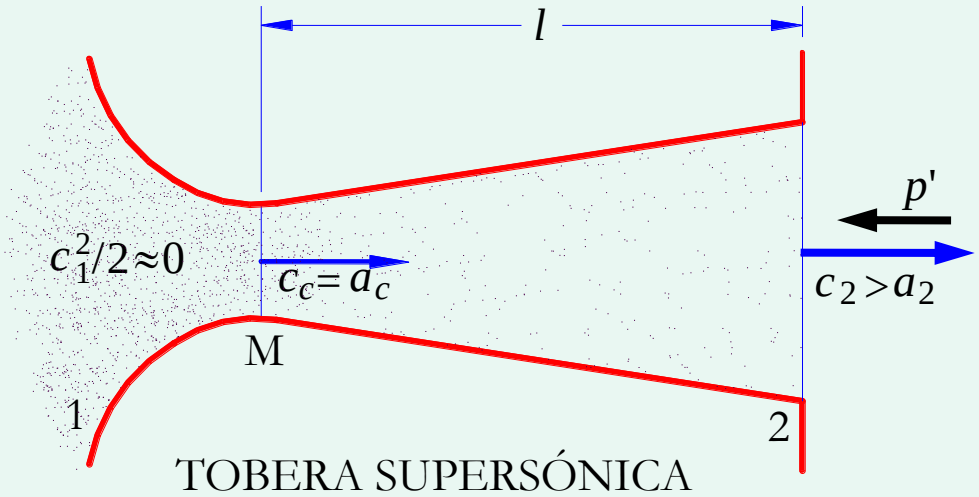


Valores críticos, o isoentrópicos en el cuello

$$c \cdot (dc)_s + v \cdot (dp)_s = 0$$

Integrando entre 1 y M

$$\int_1^{\mathrm{M}} c \cdot (dc)_s = -\int_1^{\mathrm{M}} v \cdot (dp)_s$$

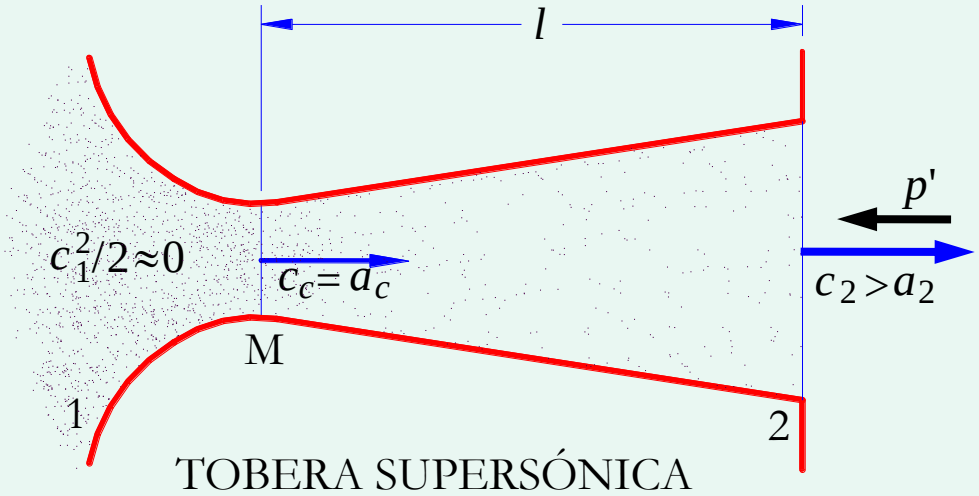


Relaciones entre propiedades a la entrada y el cuello

$$\int_1^{\mathrm{M}} c\cdot(dc)_s = -\int_1^{\mathrm{M}} v\cdot(dp)_s$$

$$\int_1^{\mathrm{M}} c\cdot(dc)_s = \frac{a_c^2}{2} = \frac{\gamma_c\cdot p_c\cdot v_c}{2}$$

$$-\int_1^{\mathrm{M}} v\cdot(dp)_s = \gamma\cdot\frac{p_1\cdot v_1 - p_c\cdot v_c}{\gamma-1}$$

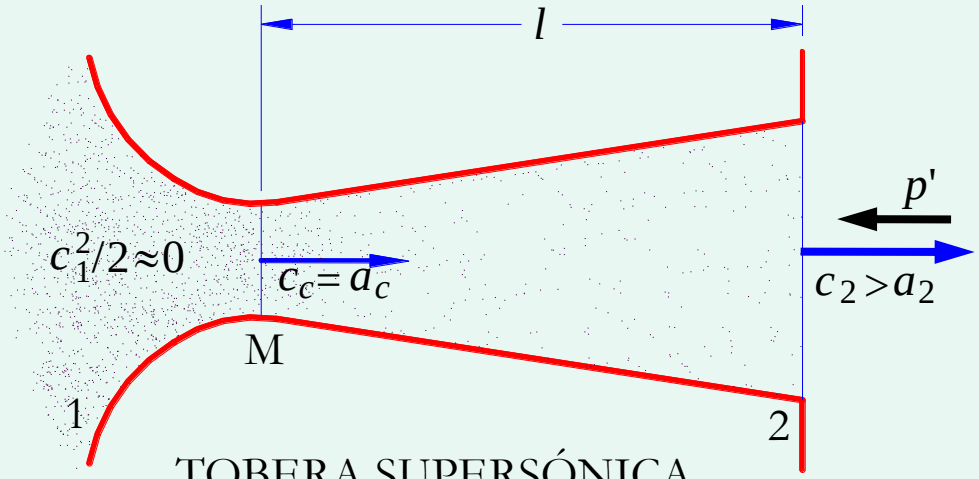


Igualando los segundos miembros:

$$\frac{p_c \cdot v_c}{2} = \frac{p_1 \cdot v_1 - p_c \cdot v_c}{\gamma - 1};$$

$$\frac{\gamma - 1}{2} = \frac{p_1 \cdot v_1}{p_c \cdot v_c} - 1$$

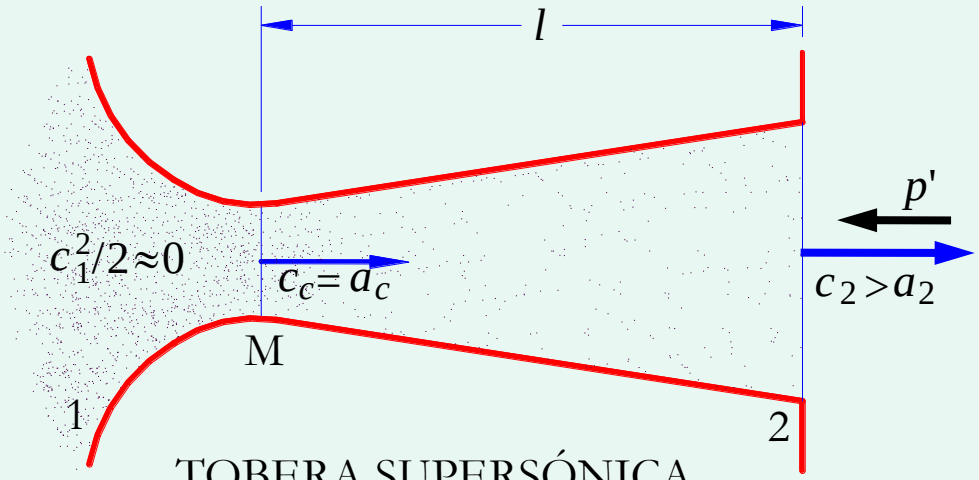
$$\boxed{\frac{p_c \cdot v_c}{p_1 \cdot v_1} = \frac{2}{\gamma + 1}}$$



TOBERA SUPERSÓNICA

$$\frac{p_c \cdot v_c}{p_1 \cdot v_1} = \frac{2}{\gamma+1} \qquad \frac{p_c}{p_1} \cdot \left(\frac{p_1}{p_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{2}{\gamma+1}; \qquad \left(\frac{p_c}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{2}{\gamma+1}$$

$$\boxed{\frac{p_c}{p_1} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \qquad \boxed{\frac{v_1}{v_c} = \frac{\rho_c}{\rho_1} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

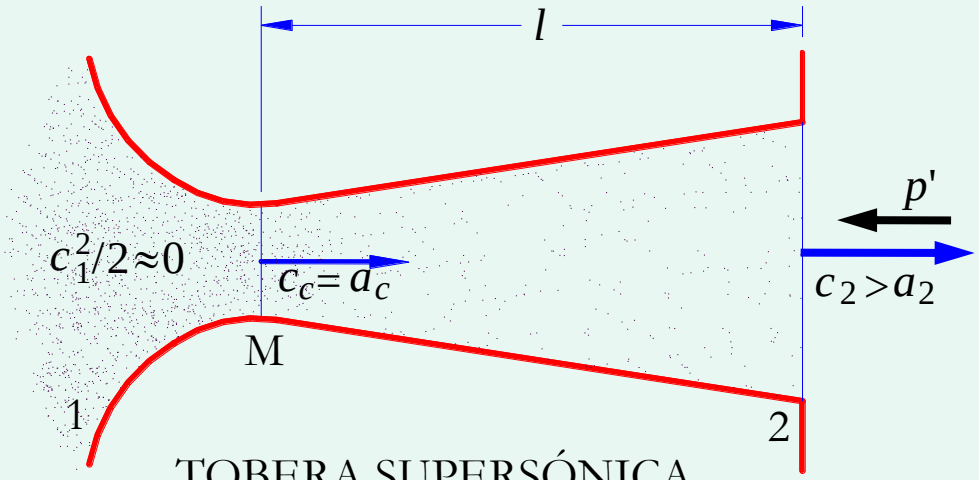


TOBERA SUPERSÓNICA

$$\frac{p_c \cdot v_c}{p_1 \cdot v_1} = \frac{2}{\gamma + 1}$$

Gases perfectos

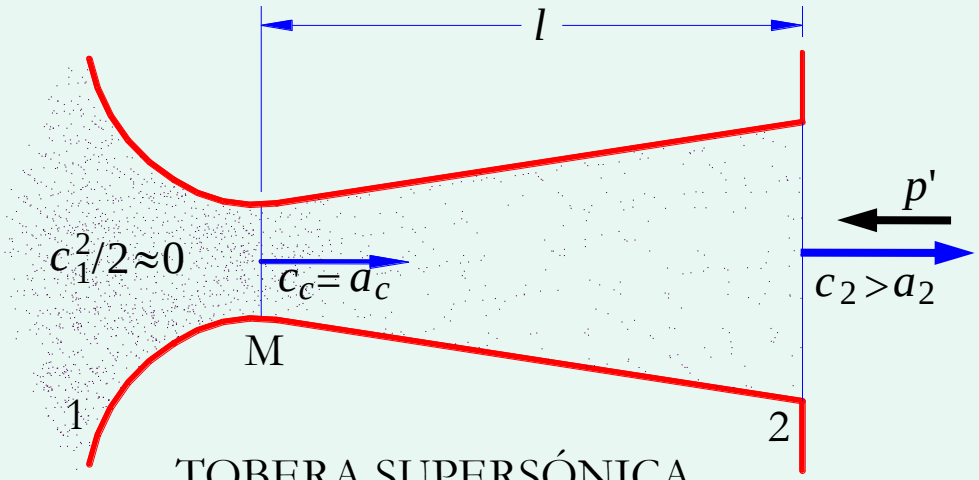
$$\boxed{\frac{T_c}{T_1} = \frac{2}{\gamma + 1}}$$



TOBERA SUPERSÓNICA

$$\frac{v_1}{v_c} = \frac{\rho_c}{\rho_1} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\boxed{\frac{p_c}{v_c} = \frac{p_1}{v_1} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$$



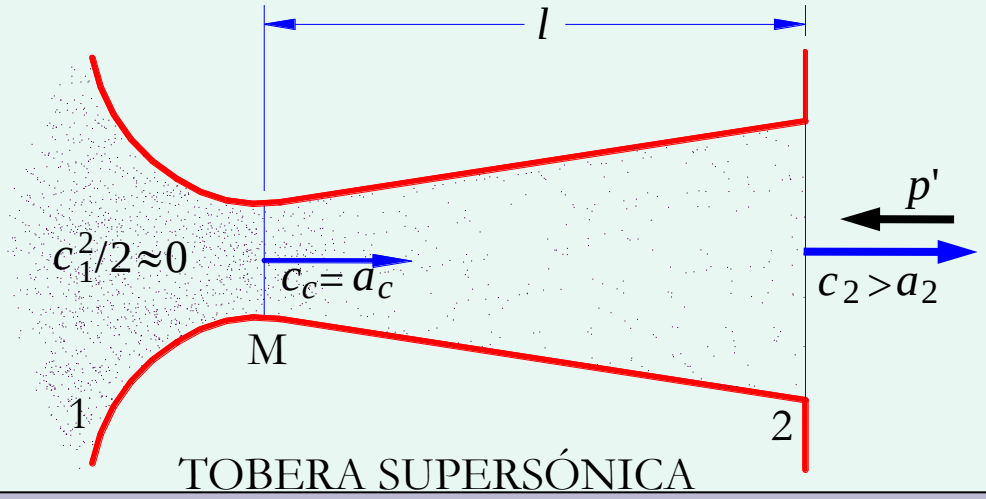
TOBERA SUPERSÓNICA

Valores críticos orientativos

gas	γ	p_c	ρ_c	T_c
monoatómicos	1,66	$0{,}488 \cdot p_1$	$0{,}649 \cdot \rho_1$	$0{,}752 \cdot T_1$
biatómicos	1,40	$0{,}528 \cdot p_1$	$0{,}634 \cdot \rho_1$	$0{,}833 \cdot T_1$
triatómicos	1,33	$0{,}540 \cdot p_1$	$0{,}629 \cdot \rho_1$	$0{,}858 \cdot T_1$

La ***presión*** en el cuello es del orden del 50% de la de entrada, y la ***temperatura*** del orden de 80%.

- si $p_c \leq p'$, tobera convergente
- si $p_c > p'$, tobera convergente-divergente



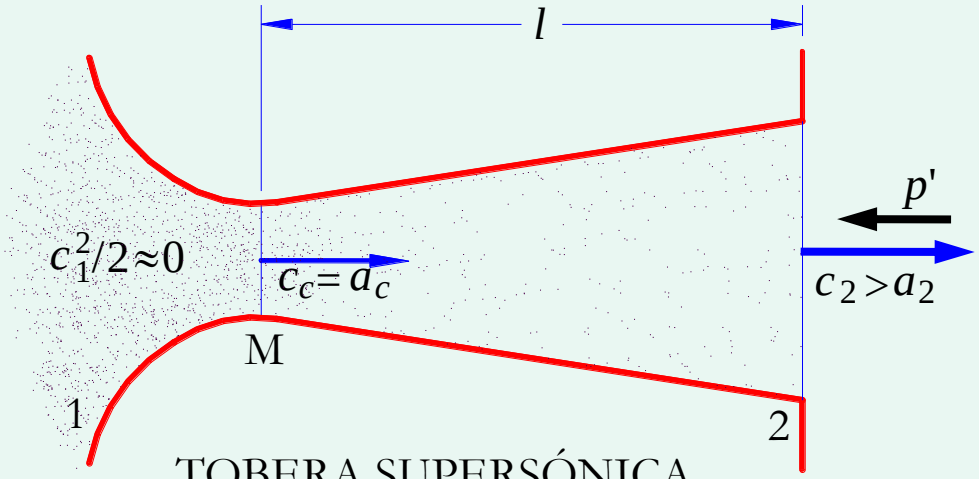
TOBERA SUPERSÓNICA

Velocidad crítica (en función del estado inicial)

$$a = \sqrt{\gamma \cdot p \cdot v} \qquad \frac{p_c \cdot v_c}{p_1 \cdot v_1} = \frac{2}{\gamma + 1}$$

$$c_c = a_c = \sqrt{\gamma \cdot p_c \cdot v_c} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{2}{\gamma + 1} \cdot p_1 \cdot v_1}$$

$$\boxed{c_c = a_c = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{\gamma + 1}} \cdot \sqrt{p_1 \cdot v_1}}$$

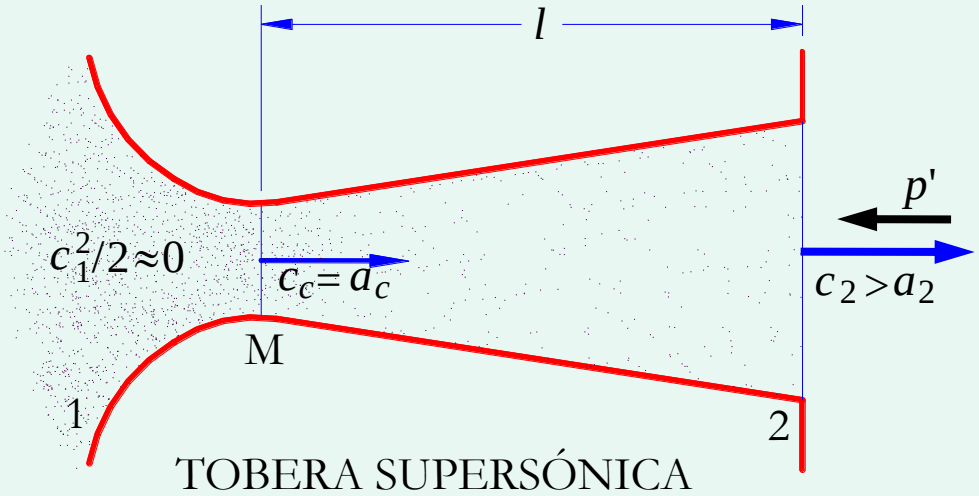


TOBERA SUPERSÓNICA

Área del cuello (en función del estado inicial)

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = \frac{c_c}{v_c} = \frac{\sqrt{\gamma \cdot p_c \cdot v_c}}{v_c} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{p_c}{v_c}} \qquad \frac{p_c}{v_c} = \frac{p_1}{v_1} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}$$

$$\boxed{\frac{\dot{m}}{A_m} = \sqrt{\gamma \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \cdot \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}}$$

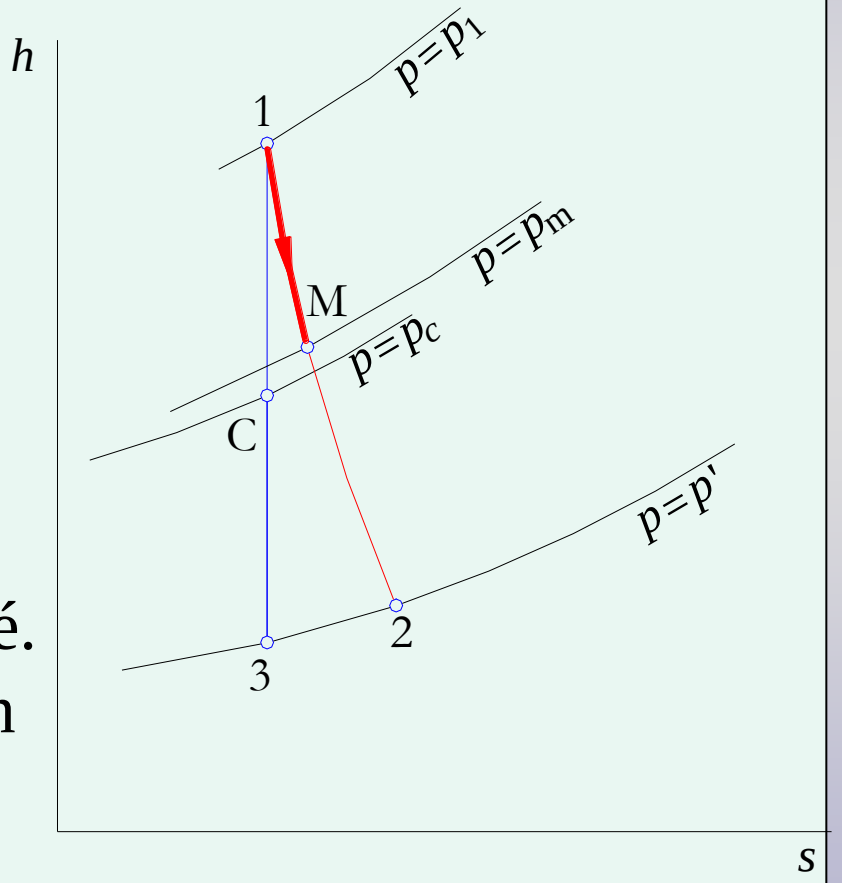


Valores reales en el cuello de la tobera

En realidad, la expansión en la tobera es a entropía creciente (1M2). El exponente politrópico en 1M viene dado por:

$$n = \frac{\gamma + 1 + \eta \cdot (\gamma - 1)}{\gamma + 1 - \eta \cdot (\gamma - 1)}$$

Entre 1 y M, η = 0,95



El desarrollo de esta fórmula pensé hacerlo en esta edición en un apéndice, que luego olvidé. Pueden encontrarlo en la edición anterior (pág. 210, 5ª edición).

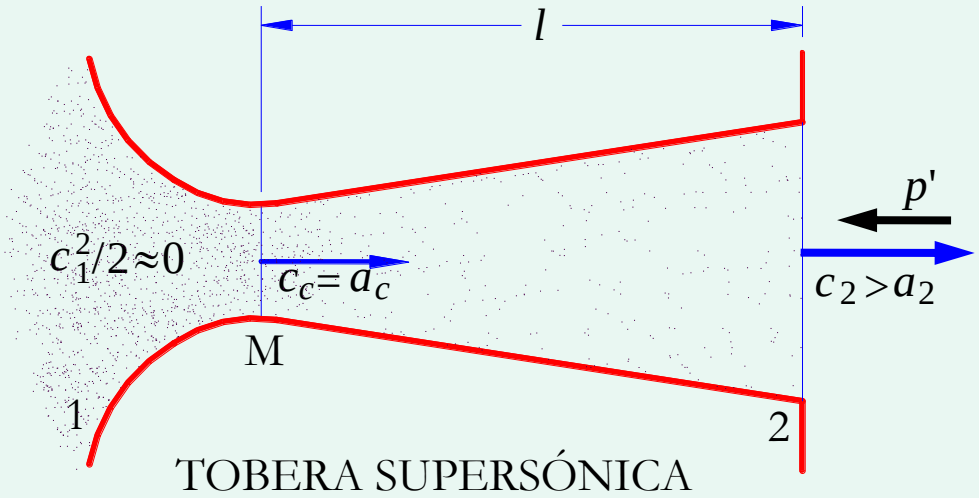
Velocidad en el cuello en función del estado inicial

Teniendo en cuenta la fórmula del rendimiento se obtiene:

$$c_m = \sqrt{\frac{2\cdot\gamma}{n+1}\cdot\frac{n-1}{\gamma-1}}\cdot\sqrt{p_1\cdot v_1} \qquad K = \sqrt{\frac{2\cdot\gamma}{n+1}\cdot\frac{n-1}{\gamma-1}}$$

$$\boxed{c_m = K\cdot\sqrt{p_1\cdot v_1}}$$

Los valores de ***K*** están calculados en la ***tabla* 15**. Con ello, el cálculo resulta aún más rápido que con valores críticos.



Área del cuello (en función del estado inicial)

Teniendo en cuenta la fórmula del rendimiento se obtiene:

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{2}\cdot\frac{n+1}{n-1}} \sqrt{\gamma \cdot \frac{n-1}{\gamma-1}} \cdot \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \qquad C = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{2}\cdot\frac{n+1}{n-1}} \sqrt{\gamma \cdot \frac{n-1}{\gamma-1}}$$

$$\boxed{\frac{\dot{m}}{A_m} = C \cdot \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}}$$

Los valores de ***C*** están calculados en la ***tabla* 15**. Con ello, el cálculo resulta aún más rápido que con valores críticos.

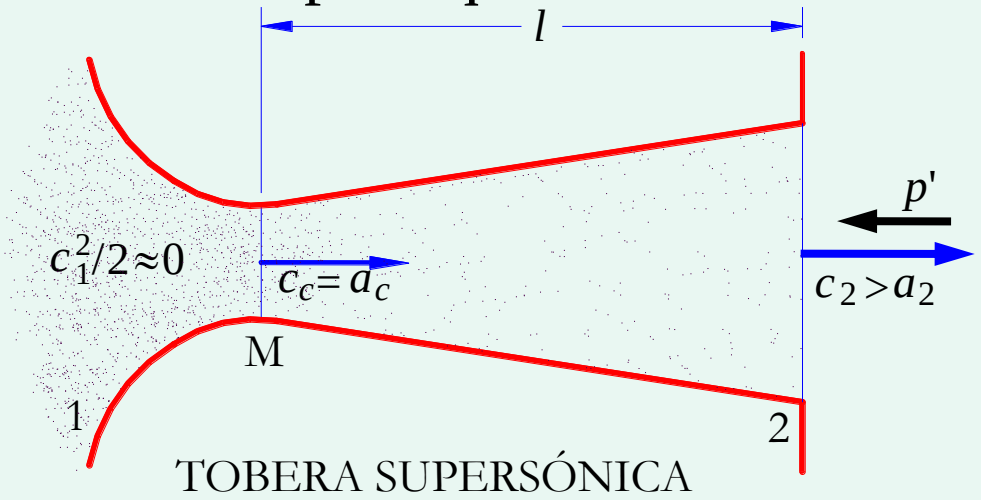


Tabla 15

Utilizando los mismos gases de las tablas 10, se han calculado los siguientes parámetros:

γ = exponente adiabático medio entre T_1 y T_m

n = exponente politrópico, para η = 0,95

p_m/p_1= relación de presiones

K = coeficiente de la ec. 5.43

C = coeficiente de la ec. 5.46

$$K = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{n+1} \cdot \frac{n-1}{\gamma-1}} \qquad C = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{n-1}} \sqrt{\gamma \cdot \frac{n-1}{\gamma-1}}$$

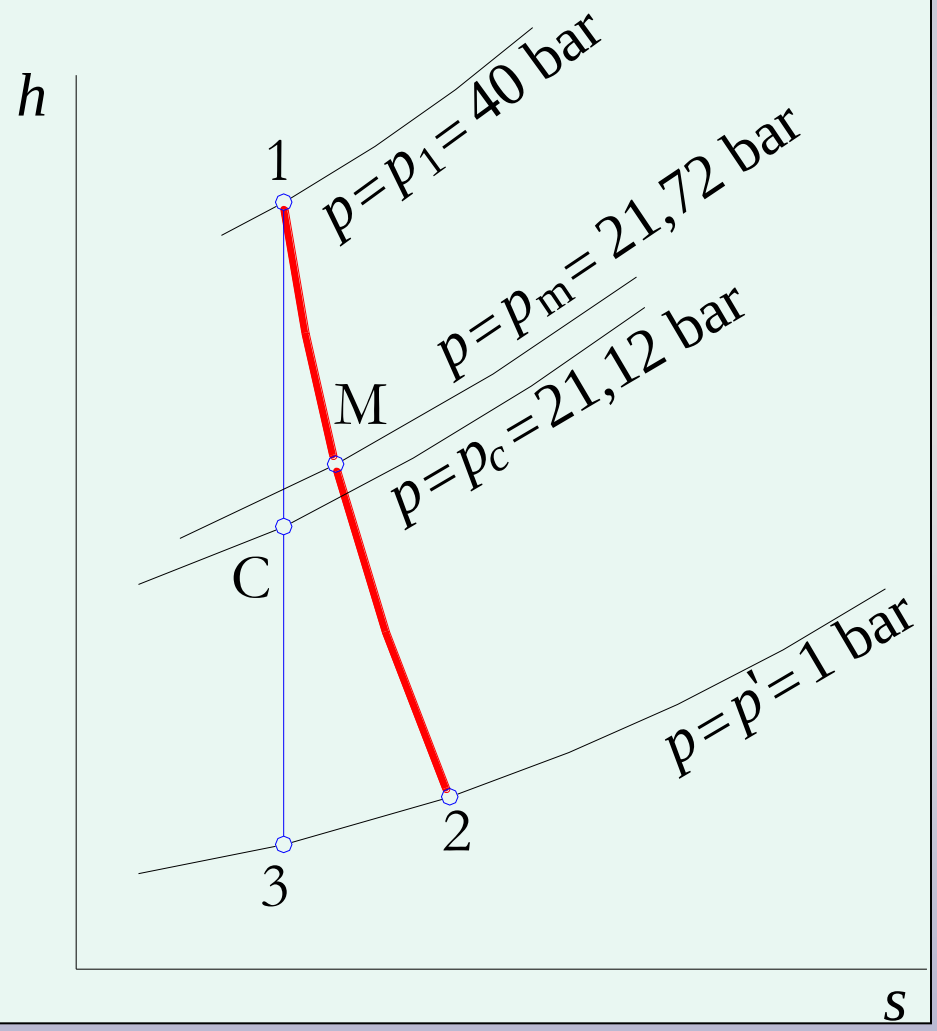
TABLA 15 (4 páginas). **Coeficientes adimensionales para condiciones reales en el cuello de las toberas, con rendimiento en la parte convergente $\eta = 0{,}95$**

T_1 K	aire (M = 28,964 kg/kmol)					H_2 (M = 2,016 kg/kmol)				
	$\gamma\Big\vert_{T_m}^{T_1}$	$n\Big\vert_{T_m}^{T_1}$	$\frac{p_m}{p_1}$	$K^{(1)}$	$C^{(2)}$	$\gamma\Big\vert_{T_m}^{T_1}$	$n\Big\vert_{T_m}^{T_1}$	$\frac{p_m}{p_1}$	$K^{(1)}$	$C^{(2)}$
300	1,398	1,375	0,533	1,052	0,666	1,403	1,379	0,532	1,053	0,666
400	1,396	1,372	0,533	1,052	0,665	1,400	1,376	0,532	1,053	0,666
500	1,389	1,366	0,534	1,051	0,664	1,397	1,373	0,533	1,052	0,665
600	1,380	1,358	0,536	1,050	0,663	1,396	1,373	0,533	1,052	0,665
700	1,369	1,348	0,537	1,048	0,661	1,395	1,371	0,533	1,052	0,665
800	1,359	1,338	0,539	1,046	0,659	1,392	1,369	0,534	1,051	0,665
900	1,350	1,329	0,540	1,045	0,658	1,389	1,366	0,534	1,051	0,664
1000	1,341	1,322	0,542	1,043	0,656	1,384	1,362	0,535	1,050	0,663
1100	1,334	1,315	0,543	1,042	0,655	1,379	1,357	0,536	1,049	0,662
1200	1,328	1,309	0,544	1,041	0,654	1,373	1,351	0,537	1,049	0,661
1300	1,323	1,304	0,545	1,040	0,653	1,367	1,346	0,538	1,048	0,661
1400	1,318	1,300	0,546	1,039	0,652	1,361	1,340	0,539	1,047	0,659
1500	1,314	1,296	0,546	1,039	0,652	1,355	1,334	0,540	1,046	0,659
1600	1,311	1,293	0,547	1,038	0,651	1,349	1,329	0,541	1,045	0,658
1700	1,308	1,290	0,547	1,038	0,651	1,344	1,324	0,541	1,044	0,657
1800	1,305	1,288	0,548	1,037	0,650	1,338	1,318	0,542	1,043	0,656
1900	1,303	1,285	0,548	1,037	0,650	1,333	1,313	0,543	1,042	0,655
2000	1,300	1,283	0,549	1,036	0,649	1,328	1,309	0,544	1,041	0,654
2100	1,298	1,281	0,549	1,036	0,649	1,324	1,306	0,545	1,040	0,653
2200	1,297	1,280	0,549	1,036	0,649	1,321	1,302	0,545	1,040	0,653
2300	1,295	1,278	0,550	1,035	0,648	1,317	1,299	0,546	1,039	0,652
2400	1,294	1,277	0,550	1,035	0,648	1,314	1,296	0,547	1,039	0,652
2500	1,292	1,275	0,550	1,035	0,648	1,310	1,292	0,547	1,038	0,651
2600	1,291	1,274	0,550	1,035	0,648	1,307	1,290	0,548	1,038	0,650
2700	1,289	1,273	0,551	1,034	0,647	1,305	1,287	0,548	1,037	0,650
2800	1,288	1,272	0,551	1,034	0,647	1,302	1,285	0,549	1,037	0,650
2900	1,287	1,271	0,551	1,034	0,647	1,299	1,282	0,549	1,036	0,649
3000	1,286	1,270	0,551	1,034	0,647	1,297	1,280	0,549	1,036	0,649

EJERCICIO

Calcúlese presión, temperatura y velocidad reales, y el área de la sección mínima:

$\dot{m}$ = 0,5 kg/s aire
T_1 = 1130 K
p_1 = 40 bar
p' = 1 bar



Solución (tabla 15)

γ = 1,333
n = 1,314
p_m/p_1 = 0,543
K = 1,042
C = 0,655

$$\gamma = 1{,}333$$
$$n = 1{,}314$$
$$p_m/p_1 = 0{,}543$$
$$K = 1{,}042$$
$$C = 0{,}655$$

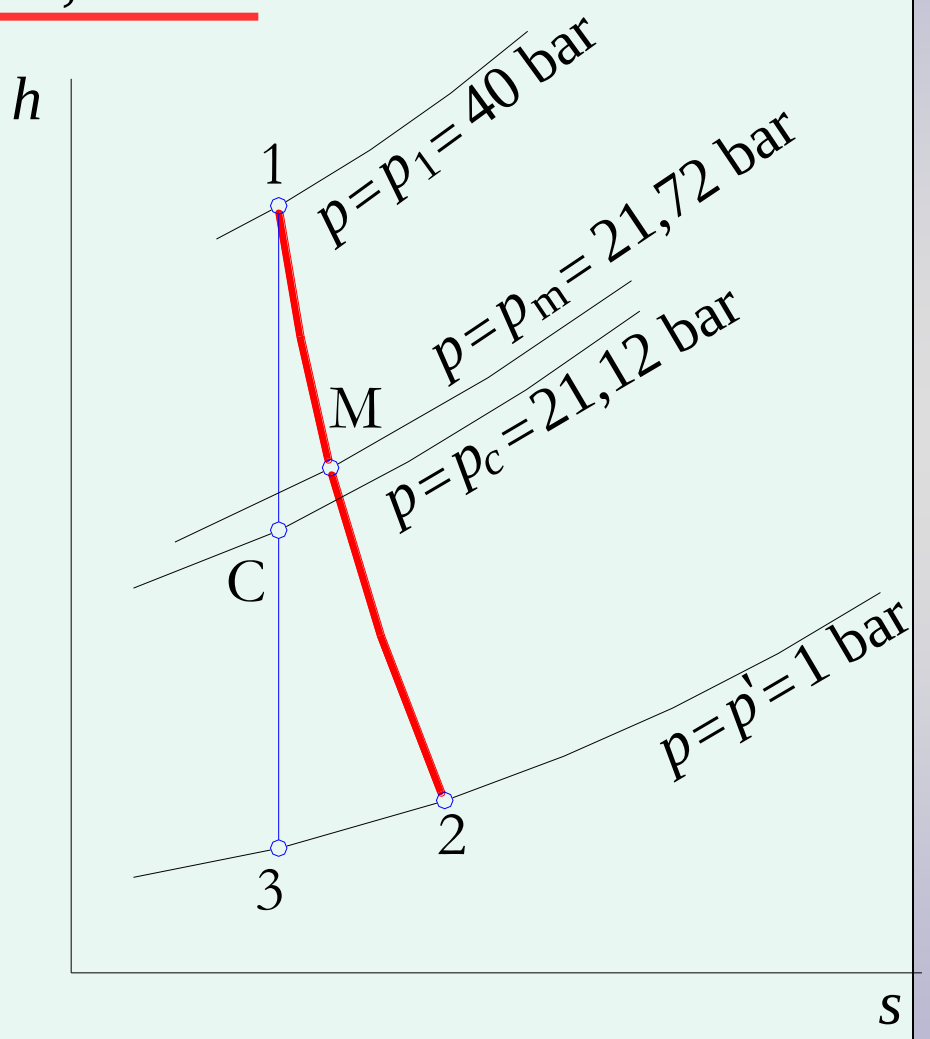
TABLA 15 (4 páginas). **Coeficientes adimensionales para condiciones reales en el cuello de las toberas, con rendimiento en la parte convergente $\eta = 0{,}95$**

T_1 K	aire (M = 28,964 kg/kmol)					H_2 (M = 2,016 kg/kmol)				
	$\gamma \Big\vert_{T_m}^{T_1}$	$n \Big\vert_{T_m}^{T_1}$	$\frac{p_m}{p_1}$	K (1)	C (2)	$\gamma \Big\vert_{T_m}^{T_1}$	$n \Big\vert_{T_m}^{T_1}$	$\frac{p_m}{p_1}$	K (1)	C (2)
300	1,398	1,375	0,533	1,052	0,666	1,403	1,379	0,532	1,053	0,666
400	1,396	1,372	0,533	1,052	0,665	1,400	1,376	0,532	1,053	0,666
500	1,389	1,366	0,534	1,051	0,664	1,397	1,373	0,533	1,052	0,665
600	1,380	1,358	0,536	1,050	0,663	1,396	1,373	0,533	1,052	0,665
700	1,369	1,348	0,537	1,048	0,661	1,395	1,371	0,533	1,052	0,665
800	1,359	1,338	0,539	1,046	0,659	1,392	1,369	0,534	1,051	0,665
900	1,350	1,329	0,540	1,045	0,658	1,389	1,366	0,534	1,051	0,664
1000	1,341	1,322	0,542	1,043	0,656	1,384	1,362	0,535	1,050	0,663
1100	1,334	1,315	0,543	1,042	0,655	1,379	1,357	0,536	1,049	0,662
1200	1,328	1,309	0,544	1,041	0,654	1,373	1,351	0,537	1,049	0,661
1300	1,323	1,304	0,545	1,040	0,653	1,367	1,346	0,538	1,048	0,661
1400	1,318	1,300	0,546	1,039	0,652	1,361	1,340	0,539	1,047	0,659
1500	1,314	1,296	0,546	1,039	0,652	1,355	1,334	0,540	1,046	0,659
1600	1,311	1,293	0,547	1,038	0,651	1,349	1,329	0,541	1,045	0,658
1700	1,308	1,290	0,547	1,038	0,651	1,344	1,324	0,541	1,044	0,657
1800	1,305	1,288	0,548	1,037	0,650	1,338	1,318	0,542	1,043	0,656
1900	1,303	1,285	0,548	1,037	0,650	1,333	1,313	0,543	1,042	0,655
2000	1,300	1,283	0,549	1,036	0,649	1,328	1,309	0,544	1,041	0,654
2100	1,298	1,281	0,549	1,036	0,649	1,324	1,306	0,545	1,040	0,653
2200	1,297	1,280	0,549	1,036	0,649	1,321	1,302	0,545	1,040	0,653
2300	1,295	1,278	0,550	1,035	0,648	1,317	1,299	0,546	1,039	0,652
2400	1,294	1,277	0,550	1,035	0,648	1,314	1,296	0,547	1,039	0,652
2500	1,292	1,275	0,550	1,035	0,648	1,310	1,292	0,547	1,038	0,651
2600	1,291	1,274	0,550	1,035	0,648	1,307	1,290	0,548	1,038	0,650
2700	1,289	1,273	0,551	1,034	0,647	1,305	1,287	0,548	1,037	0,650
2800	1,288	1,272	0,551	1,034	0,647	1,302	1,285	0,549	1,037	0,650
2900	1,287	1,271	0,551	1,034	0,647	1,299	1,282	0,549	1,036	0,649
3000	1,286	1,270	0,551	1,034	0,647	1,297	1,280	0,549	1,036	0,649

Presión en el cuello

$p_m = 0{,}543 \cdot p_1 = 0{,}543 \cdot 40 = 21{,}72$ bar

El valor teórico calculado en un ejercicio anterior fue 21,12 bar.



Temperatura en el cuello

$$T_m/T_1 = 2/(n + 1)$$

$T_m = 1130 \cdot 2/2{,}314 = 977$ K

El valor teórico calculado en un ejercicio anterior fue $T_c = 941$ K

Velocidad en el cuello

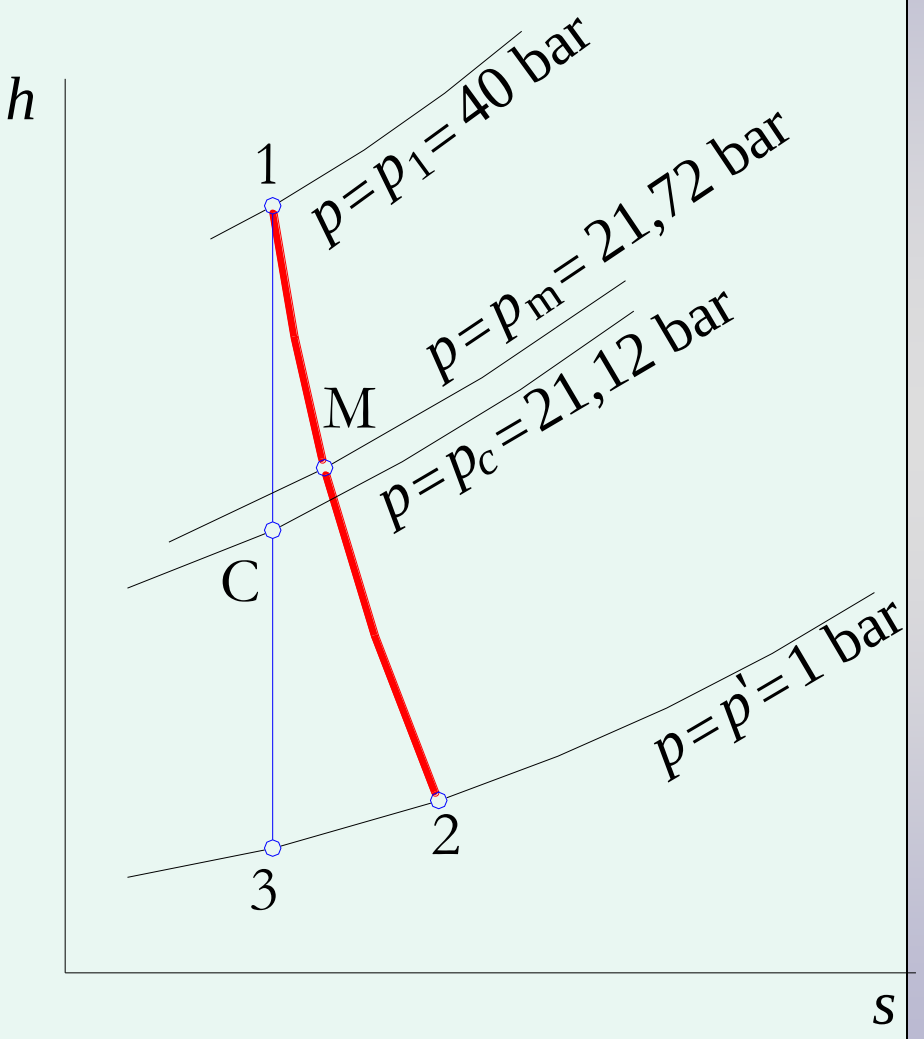
$$c_m = K \cdot \sqrt{R \cdot T_1} =$$

$$= 1{,}042 \cdot \sqrt{\frac{8314{,}3 \cdot 1130}{28{,}964}}$$

$$c_m = 593\,\text{m/s}$$

El valor teórico calculado en el ejercicio anterior fue:

$$c_c = 615\,\text{m/s}$$



Sección del cuello

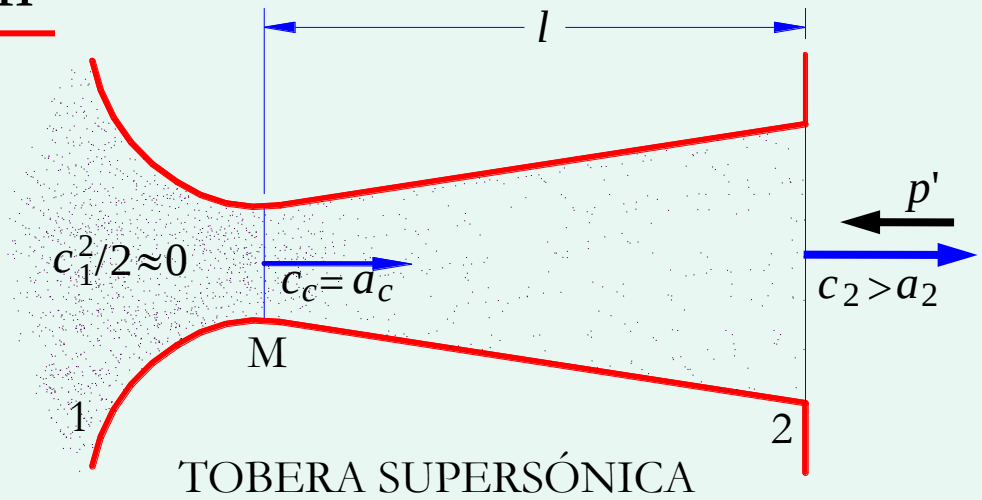
$$\frac{\dot{m}}{A_m} = C \cdot \frac{p_1}{\sqrt{R \cdot T_1}}$$

$$\frac{0{,}5}{A_m} = 0{,}655 \cdot \frac{40 \cdot 10^5}{\sqrt{8314{,}3 \cdot 1130 / 28{,}964}}$$

$$A_m = 1{,}09 \text{ cm}^2$$

El valor teórico calculado en el ejercicio anterior fue:

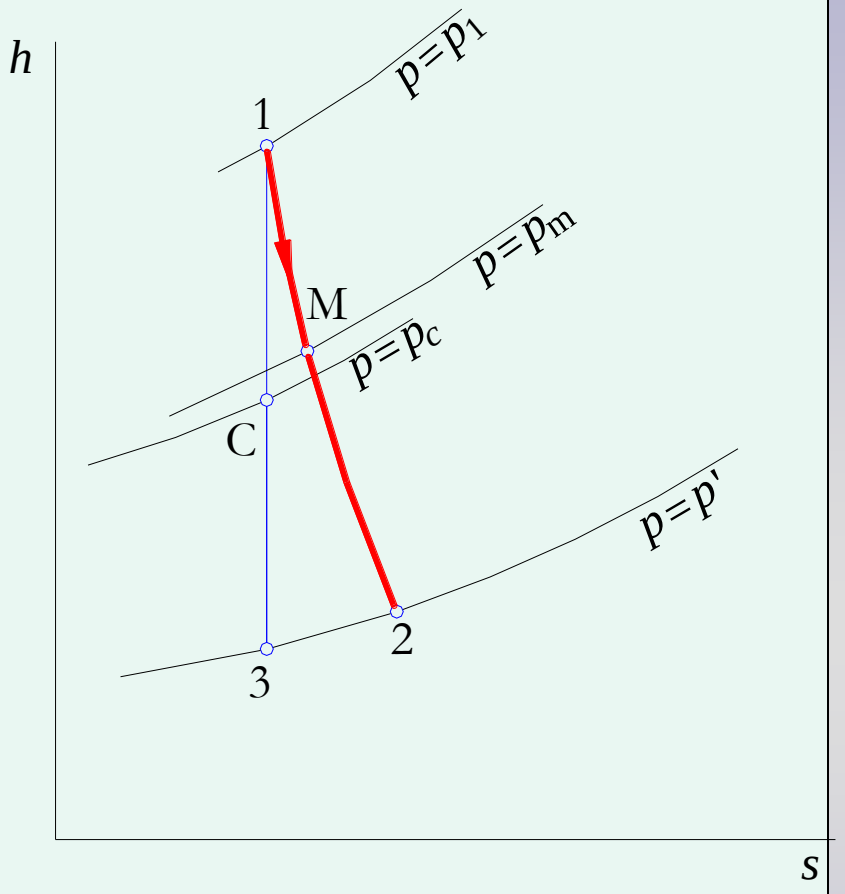
$$A_{ms} = 1{,}04 \text{ cm}^2$$



Cálculo de una tobera

Datos:

estado inicial p_1, T_1
caudal másico $\dot{m}$
contrapresión $p' = p_2$



Tobera supersónica ($p' < p_c$)

1. Área A_m del cuello

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = C \cdot \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

2. Entropía y entalpía iniciales, s_1 y h_1.

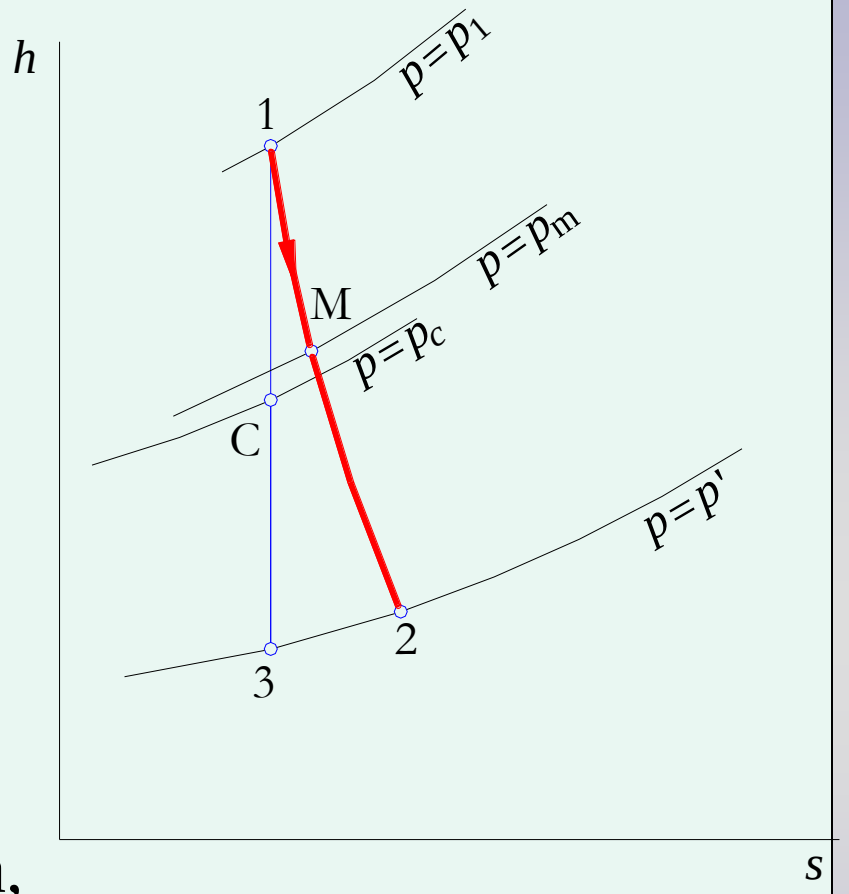
3. Entalpía h_3:

p_3 ($p_3 = p'$), s_3 ($s_3 = s_1$).

Cálculo de una tobera

Datos:

estado inicial p_1, T_1
caudal másico $\dot{m}$
contrapresión $p' = p_2$



Tobera supersónica ($p' < p_c$)

4. Entalpía h_2

$$\eta = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3}$$

Si se trata de una tobera sónica, el rendimiento sería: **η = 0,95.** Dependiendo de lo larga que resulte, η tendría un valor entre **0,95 y 0,90.**

5. Velocidad de salida c_2 $(c_1^2/2 \approx 0)$

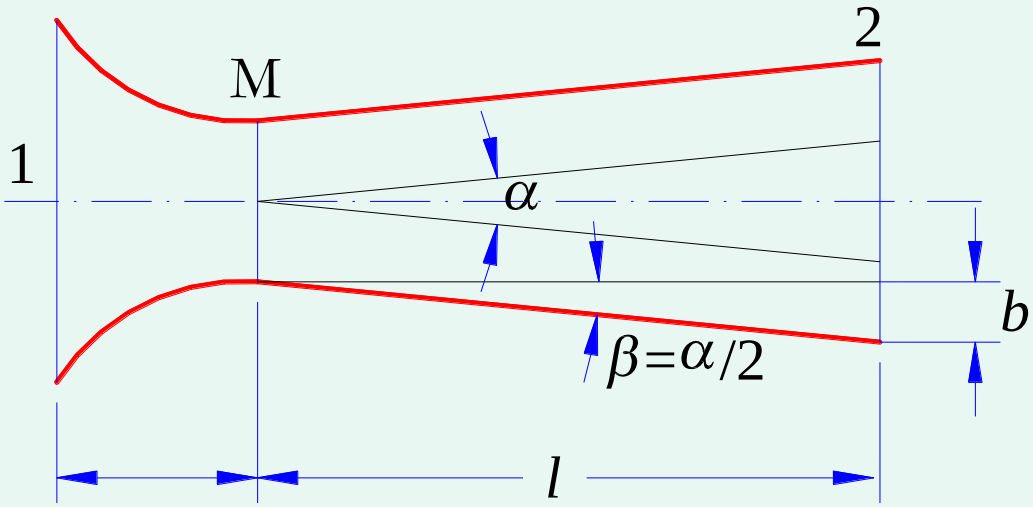
$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = h_1 - h_2; \quad c_2 = \sqrt{2 \cdot (h_1 - h_2)}$$

6. Volumen específico v_2

7. Área A_2 final

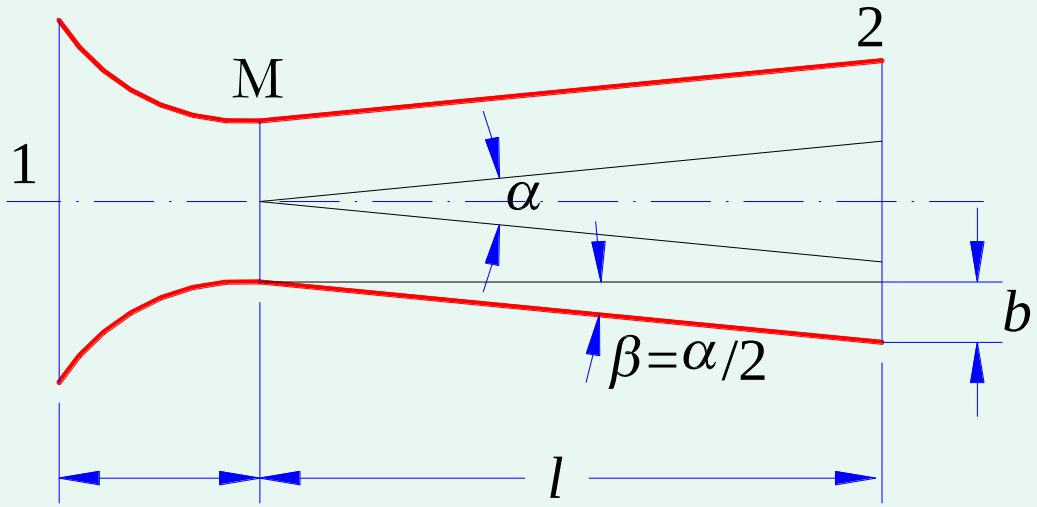
$$\dot{m} = \frac{A_2 \cdot c_2}{v_2}$$

$$A_2 = \frac{\dot{m} \cdot v_2}{c_2}$$



8. Longitud *l* de la *parte divergente*

$$l = \frac{b}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{(D_2 - D_m)/2}{\operatorname{tg}\beta};$$



La divergencia que origina menos pérdidas está alrededor de α = 10º. En cohetes debe ser más pronunciada para que resulte más corta y, por tanto, menos pesada.

Tobera sónica ($p' = p_c$; $A_2 = A_m$)

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = C \cdot \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

Tobera subsónica ($p' > p_c$)

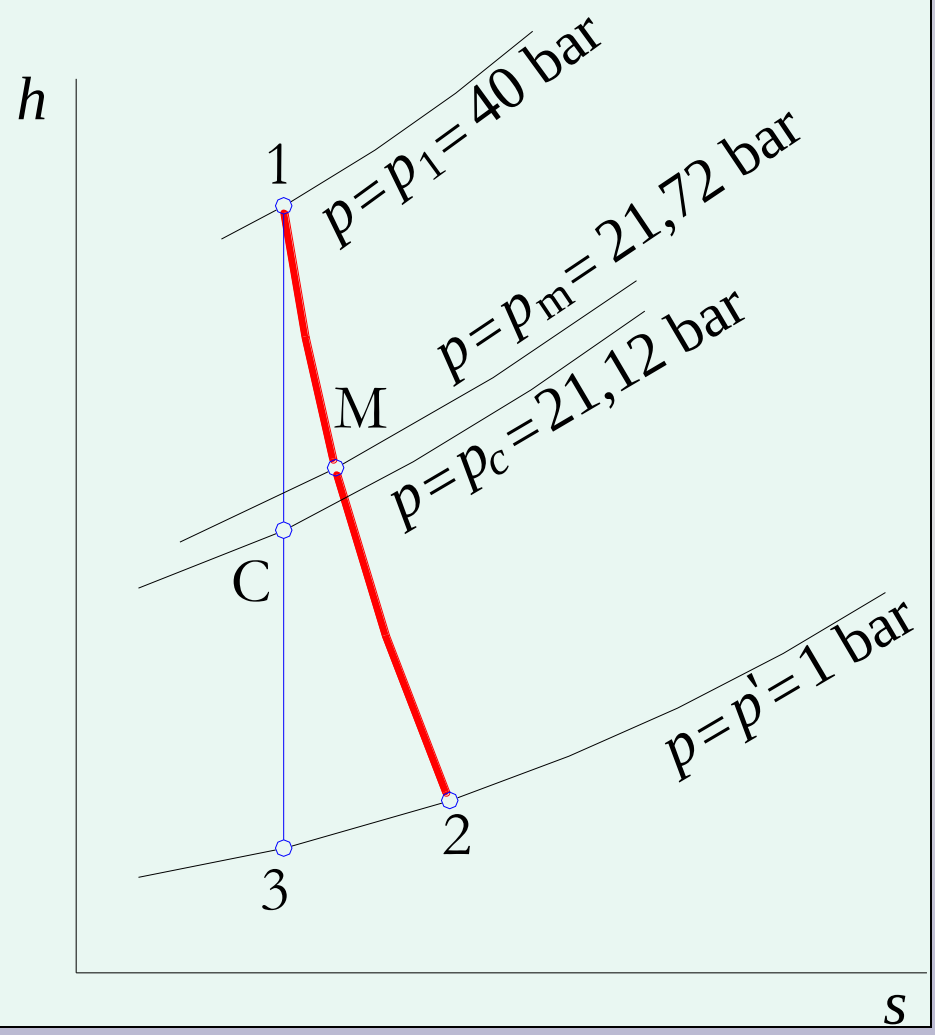
El mismo procedimiento que para la supersónica:

- ✓ el paso 1 lógicamente no procede
- ✓ en el paso 4: η **= 0,95** para $Ma_2 = 1$ (tobera sónica), y η próximo a la unidad para Ma_2 muy pequeños.

EJERCICIO

Calcúlese la tobera correspondiente al último ejercicio . Los datos eran:

$\dot{m}$ = 0,5 kg/s aire
T_1 = 1130 K
p_1 = 40 bar
p' = 1 bar



Solución

La sección del cuello ya se calculó:

A_m = 1,09 cm^2

D_m = 1,18 cm

Resultados de PROGASES

PROPIEDADES DE ESTADOS INTRODUCIDOS
GAS: Aire (*M* = 28,964 kg/kmol)
Exergías referidas a t_a = 20 °C y p_a = 1 bar

est. n°	presión absoluta p bar	temp. absoluta T K	energía interna u kJ/kmol	entalpía específica h kJ/kmol	entropía específ. s kJ/kmolK	exergía entálpica e kJ/kmol	volumen específico v m³/kmol
1	**40,00**	**1130,00**	25360,6	**34755,7**	208,225	23071,0	2,3488
2	**1,00**	499,62	10456,8	**14610,8**	213,048	1512,3	**41,5402**
3	**1,00**	424,29	8844,8	**12372,5**	**208,225**	687,8	35,2772

	p	T	u	h	s	e	v
1	**40,00**	**1130,00**	25360,6	**34755,7**	208,225	23071,0	2,3488
2	**1,00**	499,62	10456,8	**14610,8**	213,048	1512,3	**41,5402**

Velocidad de salida

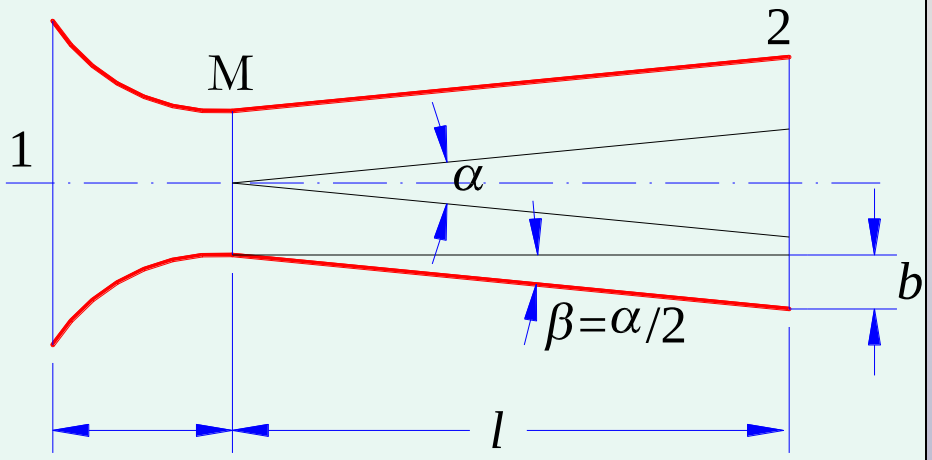
$$c_2 = \sqrt{2 \cdot (h_1 - h_2)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot (34757{,}1 - 14618{,}4) \cdot 10^3 / 28{,}964} = 1179 \text{ m/s}$$

Sección final

$$\dot{m} = \frac{A_2 \cdot c_2}{v_2}; \; 0{,}5 = \frac{A_2 \cdot 1179}{1{,}4353}$$

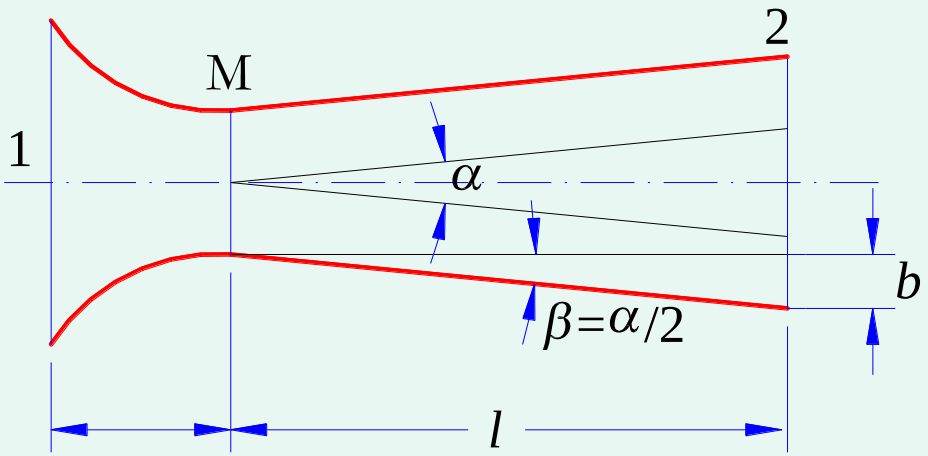
$$A_2 = 6{,}09 \text{ cm}^2; D_2 = 2{,}78 \text{ cm}$$



Longitud l

$$l = \frac{b}{tg\beta} = \frac{(D_2 - D_m)/2}{tg\ \beta};$$

$$l = \frac{2{,}78 - 1{,}18}{2 \cdot tg\,5^{o}} = 9{,}14\,\text{cm}$$



Potencia cinética de salida

$$P = \dot{m} \cdot \frac{c_2^2}{2} = 0{,}5 \cdot \frac{1179^2}{2} = 347{,}5 \cdot 10^3\ \text{W} =$$

$$= 347{,}5\,\text{kW}\ (472{,}5\,\text{CV})$$

Una potencia importante frente a la pequeñez de la tobera.

EJERCICIO

Calcúlese tobera y su eficiencia para,

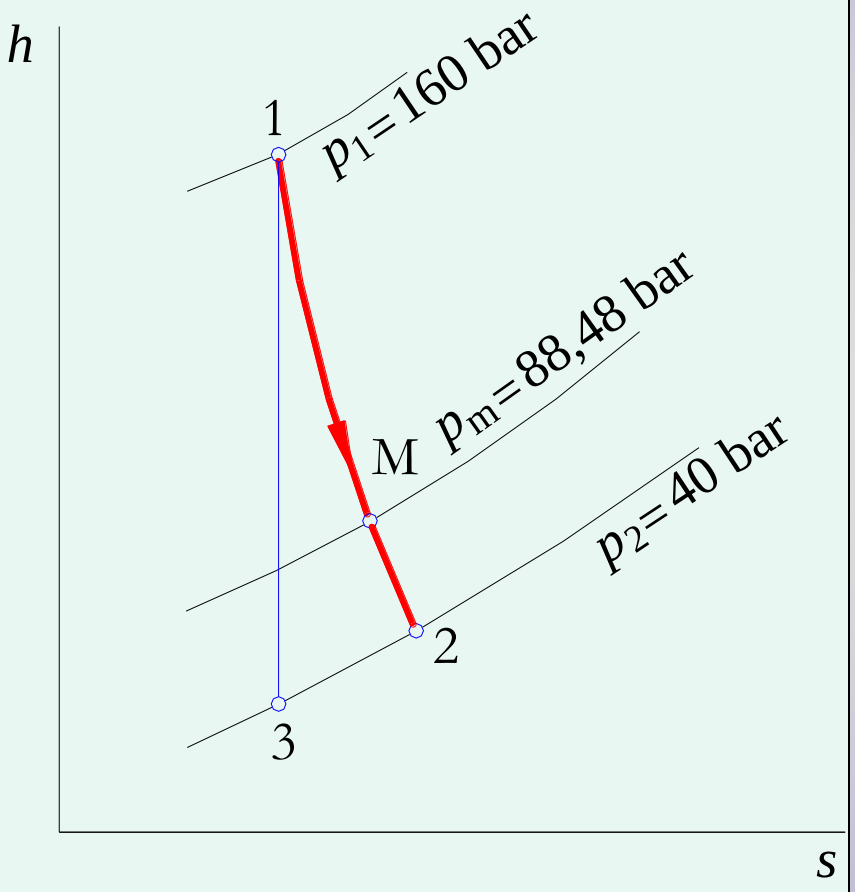
$\dot{m} = 15\ \text{kg/s}$ vapor de agua

t_1 = 540 ºC = 813 K

p_1 = 160 bar

p' = 40 bar

Tómese η = 92% y α = 10º



Solución (tabla 15)

γ = 1,277

n = 1,261

p_m/p_1 = 0,553

K = 1,032

C = 0,645

$\gamma = 1{,}277$

$n = 1{,}261$

$p_m/p_1 = 0{,}553$

$K = 1{,}032$

$C = 0{,}645$

TABLA 15 (continuación)

T_1 K	H_2O (M = 18,016 kg/kmol)					CO (M = 28,011 kg/kmol)				
	$\gamma\|_{T_1/T_m}$	$n\|_{T_1/T_m}$	p_m/p_1	K (1)	C (2)	$\gamma\|_{T_1/T_m}$	$n\|_{T_1/T_m}$	p_m/p_1	K (1)	C (2)
300	1,331	1,312	0,544	1,042	0,654	1,399	1,376	0,532	1,053	0,666
400	1,321	1,303	0,545	1,040	0,653	1,397	1,374	0,533	1,052	0,665
500	1,312	1,294	0,547	1,038	0,651	1,391	1,367	0,534	1,051	0,664
600	1,301	1,284	0,549	1,036	0,649	1,381	1,359	0,535	1,050	0,663
700	1,288	1,271	0,551	1,034	0,647	1,371	1,349	0,537	1,048	0,661
800	1,277	1,261	0,553	1,032	0,645	1,359	1,338	0,539	1,046	0,659
900	1,267	1,252	0,554	1,031	0,644	1,349	1,329	0,541	1,045	0,658
1000	1,258	1,244	0,556	1,029	0,642	1,341	1,321	0,542	1,043	0,656
1100	1,250	1,236	0,557	1,027	0,641	1,334	1,314	0,543	1,042	0,655
1200	1,243	1,230	0,559	1,026	0,639	1,327	1,308	0,544	1,041	0,654
1300	1,237	1,223	0,560	1,025	0,638	1,322	1,303	0,545	1,040	0,653
1400	1,230	1,217	0,561	1,024	0,637	1,317	1,299	0,546	1,039	0,652
1500	1,224	1,212	0,562	1,023	0,636	1,314	1,296	0,547	1,039	0,652
1600	1,219	1,207	0,563	1,022	0,635	1,311	1,293	0,547	1,038	0,651
1700	1,214	1,202	0,564	1,021	0,634	1,308	1,290	0,548	1,038	0,651
1800	1,210	1,198	0,565	1,020	0,633	1,305	1,287	0,548	1,037	0,650
1900	1,206	1,195	0,565	1,019	0,633	1,302	1,285	0,548	1,037	0,650
2000	1,204	1,192	0,566	1,019	0,632	1,300	1,283	0,549	1,036	0,649
2100	1,201	1,190	0,566	1,018	0,632	1,299	1,281	0,549	1,036	0,649
2200	1,198	1,188	0,567	1,018	0,631	1,297	1,280	0,549	1,036	0,649
2300	1,196	1,185	0,567	1,017	0,631	1,296	1,279	0,550	1,036	0,648
2400	1,194	1,183	0,568	1,017	0,630	1,295	1,278	0,550	1,035	0,648
2500	1,191	1,181	0,568	1,016	0,630	1,293	1,277	0,550	1,035	0,648
2600	1,189	1,179	0,569	1,016	0,629	1,292	1,276	0,550	1,035	0,648
2700	1,188	1,177	0,569	1,016	0,629	1,291	1,275	0,550	1,035	0,648
2800	1,186	1,176	0,569	1,015	0,629	1,291	1,274	0,550	1,035	0,648
2900	1,185	1,174	0,569	1,015	0,628	1,290	1,273	0,551	1,035	0,647
3000	1,183	1,173	0,570	1,015	0,628	1,289	1,273	0,551	1,034	0,647

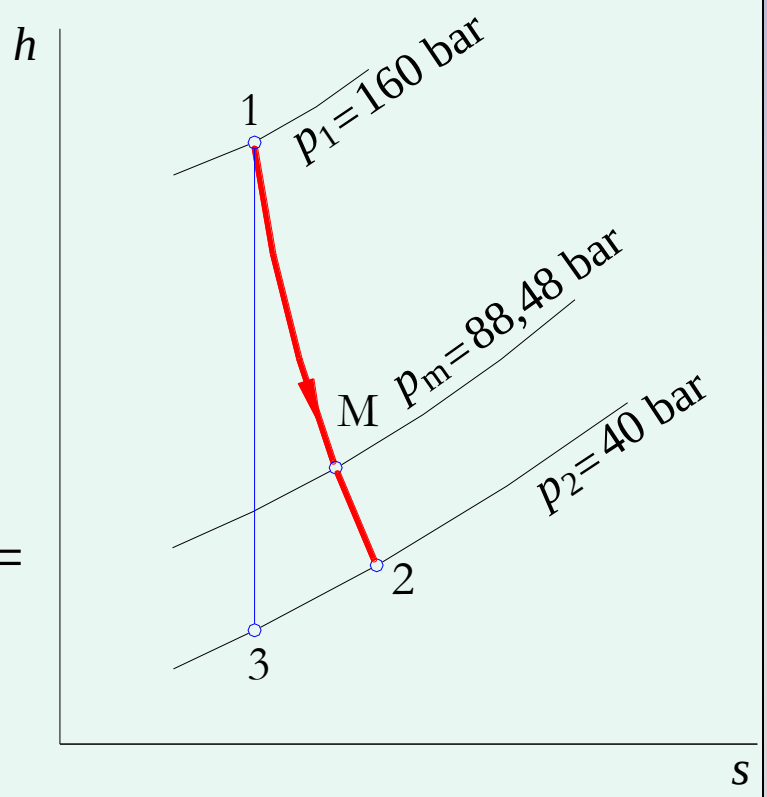
Resultados de PROPAGUA

Agua (líquido y/o vapor): Propiedades de estados introducidos

est.	título x	presión absoluta p bar	tempe-ratura t °C	entalpía específica h kJ/kg	entropía específica s kJ/kg K	volumen específico v dm³/kg	exergía entálpica e kJ/kg
1	V	**160,000**	**540,00**	**3410,30**	6,44810	20,9280	**1522,90**
2	V	**40,000**	329,55	**3042,81**	6,50162	**63,4448**	**1139,72**
3	V	**40,000**	317,54	3010,85	**6,44810**	61,616	1123,45

Presión en el cuello

$$p_m = 0{,}553 \cdot 160 = \underline{88{,}48\ \text{bar}}$$



Velocidad en el cuello

$$c_m = K \cdot \sqrt{p_1 \cdot v_1} =$$

$$= 1{,}032 \cdot \sqrt{160 \cdot 10^5 \cdot 20{,}928 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= \underline{597\ \text{m/s}}$$

Sección del cuello

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = C \cdot \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}; \quad \frac{15}{A_m} = 0{,}645 \cdot \sqrt{\frac{160 \cdot 10^5}{20{,}928 \cdot 10^{-3}}}$$

$$A_m = 8{,}411\ \text{cm}^2; \quad \underline{D_m = 3{,}27\ \text{cm}}$$

	x	p bar	t °C	h kJ/kg	s kJ/kg K	v dm³/kg	e kJ/kg
1	V	**160,000**	**540,00**	**3410,30**	6,44810	20,9280	1522,90
2	V	**40,000**	329,55	**3042,81**	6,50162	**63,4448**	1139,72

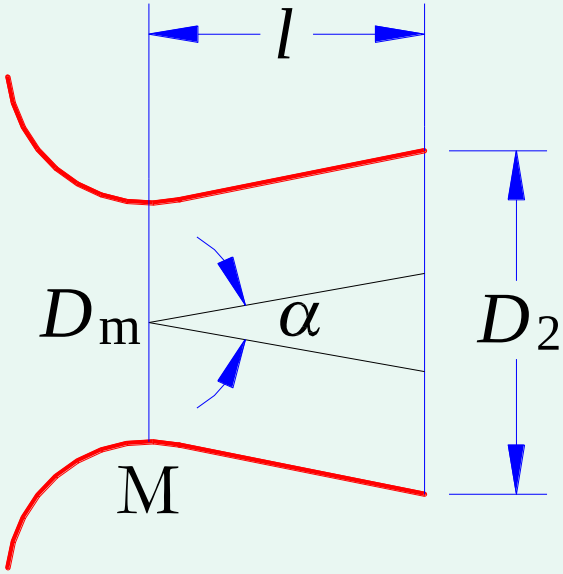
Velocidad final

$$c_2 = \sqrt{2\cdot(h_1 - h_2)} = \sqrt{2\cdot(3410{,}3 - 3042{,}9)\cdot 10^3} = 857{,}2\ \text{m/s}$$

Sección final

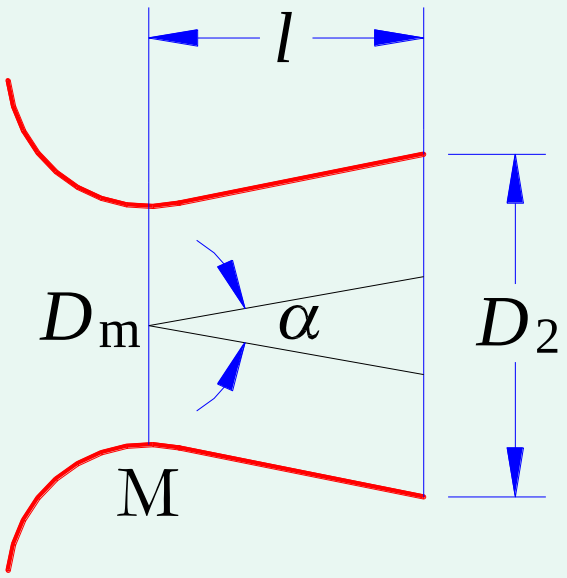
$$\dot{m} = \frac{A_2 \cdot c_2}{v_2}; \quad 15 = \frac{A_2 \cdot 857{,}2}{63{,}45\cdot 10^{-3}}$$

$$A_2 = 11{,}10\ \text{cm}^2; \quad D_2 = 3{,}76\ \text{cm}$$



Longitud l

$$l = \frac{b}{\mathrm{tg}(\alpha/2)} = \frac{(D_2 - D_\mathrm{m})/2}{\mathrm{tg}(\alpha/2)} = \frac{(3{,}76 - 3{,}27)/2}{\mathrm{tg}\,5^\circ} = 2{,}80\,\mathrm{cm}$$



	x	p bar	t °C	h kJ/kg	s kJ/kg K	v dm³/kg	e kJ/kg
1	V	**160,000**	**540,00**	**3410,30**	6,44810	20,9280	**1522,90**
2	V	**40,000**	329,55	**3042,81**	6,50162	63,4448	**1139,72**

Exergías del flujo

$$e_{f1} = e_1 = \underline{1522{,}9\ \text{kJ/kg}}$$

$$e_{f2} = e_2 + c_2^2/2 = e_2 + (h_1 - h_2) =$$

$$= 1139{,}7 + (3410{,}3 - 3042{,}8) = \underline{1507{,}2\ \text{kJ/kg}}$$

Exergía destruida

$$e_d = e_{f1} - e_{f2} = 1522{,}9 - 1507{,}2 = 15{,}7 \text{ kJ/kg}$$

Eficiencia, o rendimiento exergético

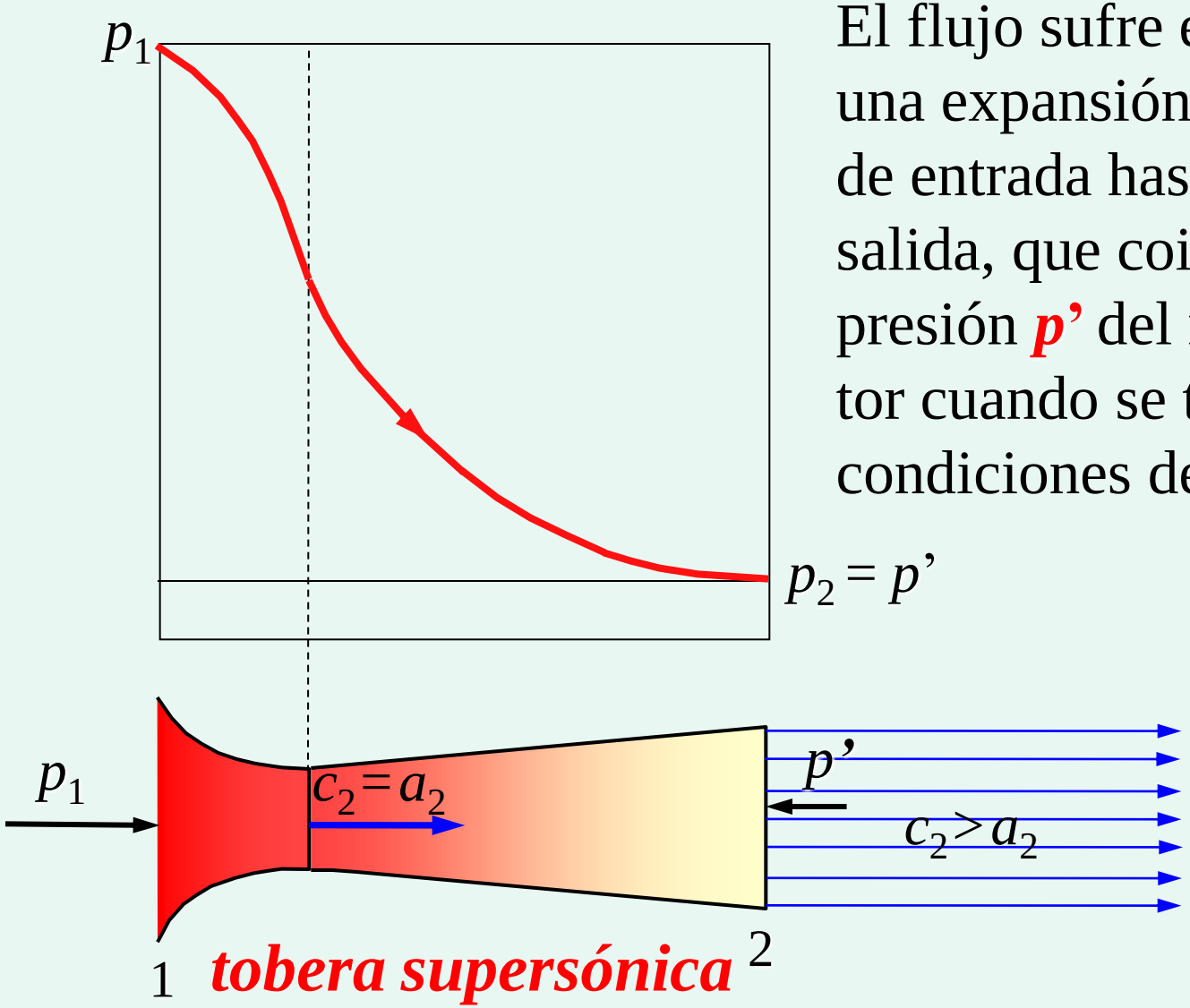
$$\psi = \frac{e_{f2}}{e_{f1}} = \frac{1507{,}2}{1522{,}9} = 0{,}990$$

***Rendimiento adiabático*: η = 92 %**

Una vez calculada, ensayada y construida la tobera para las condiciones previstas, la modificación de alguno de sus parámetros origina alteraciones importantes en su funcionamiento.

Analicemos el comportamiento de la tobera trabajando en ***condiciones de diseño***, y también en ***condiciones fuera de diseño.***

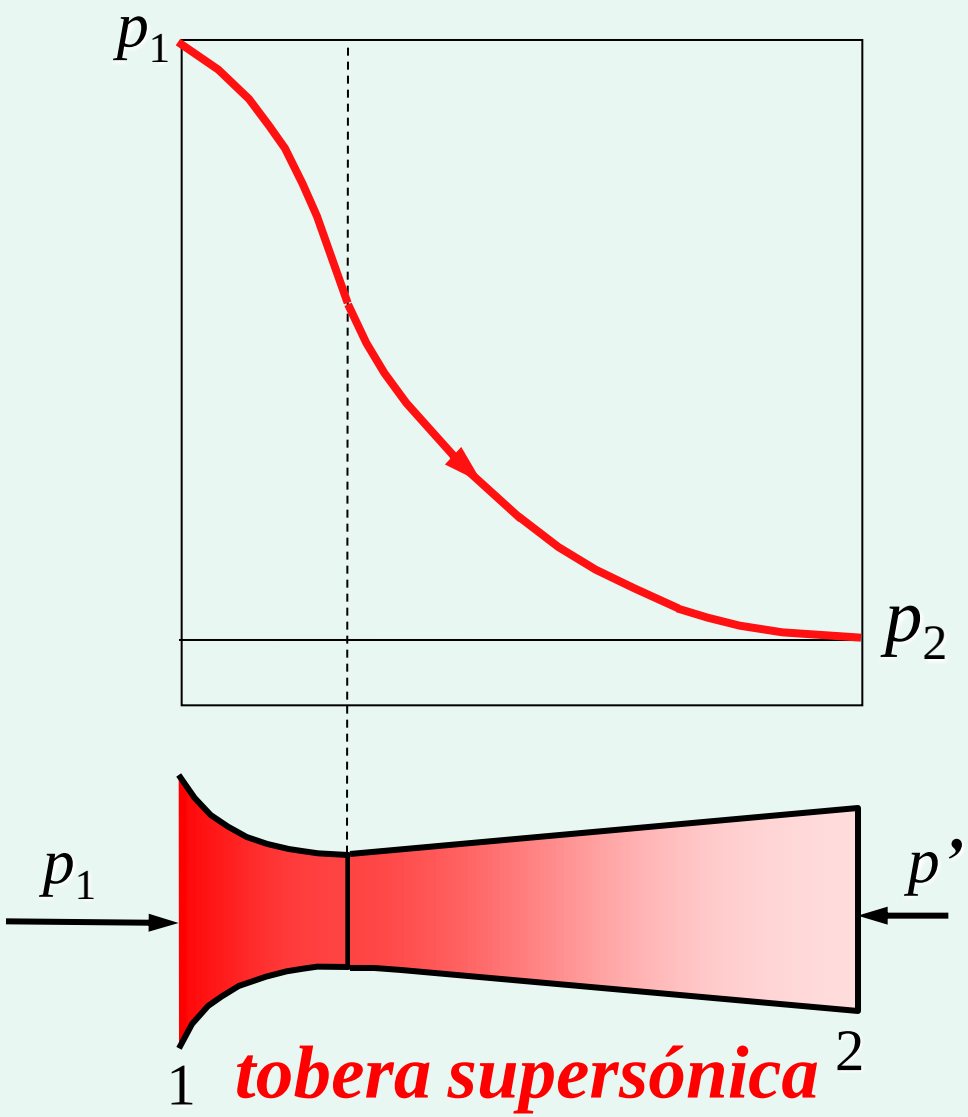
En condiciones de diseño



El flujo sufre en la tobera una expansión desde la p_1 de entrada hasta la p_2 de salida, que coincide con la presión p' del recinto receptor cuando se trabaja en condiciones de diseño.

tobera supersónica

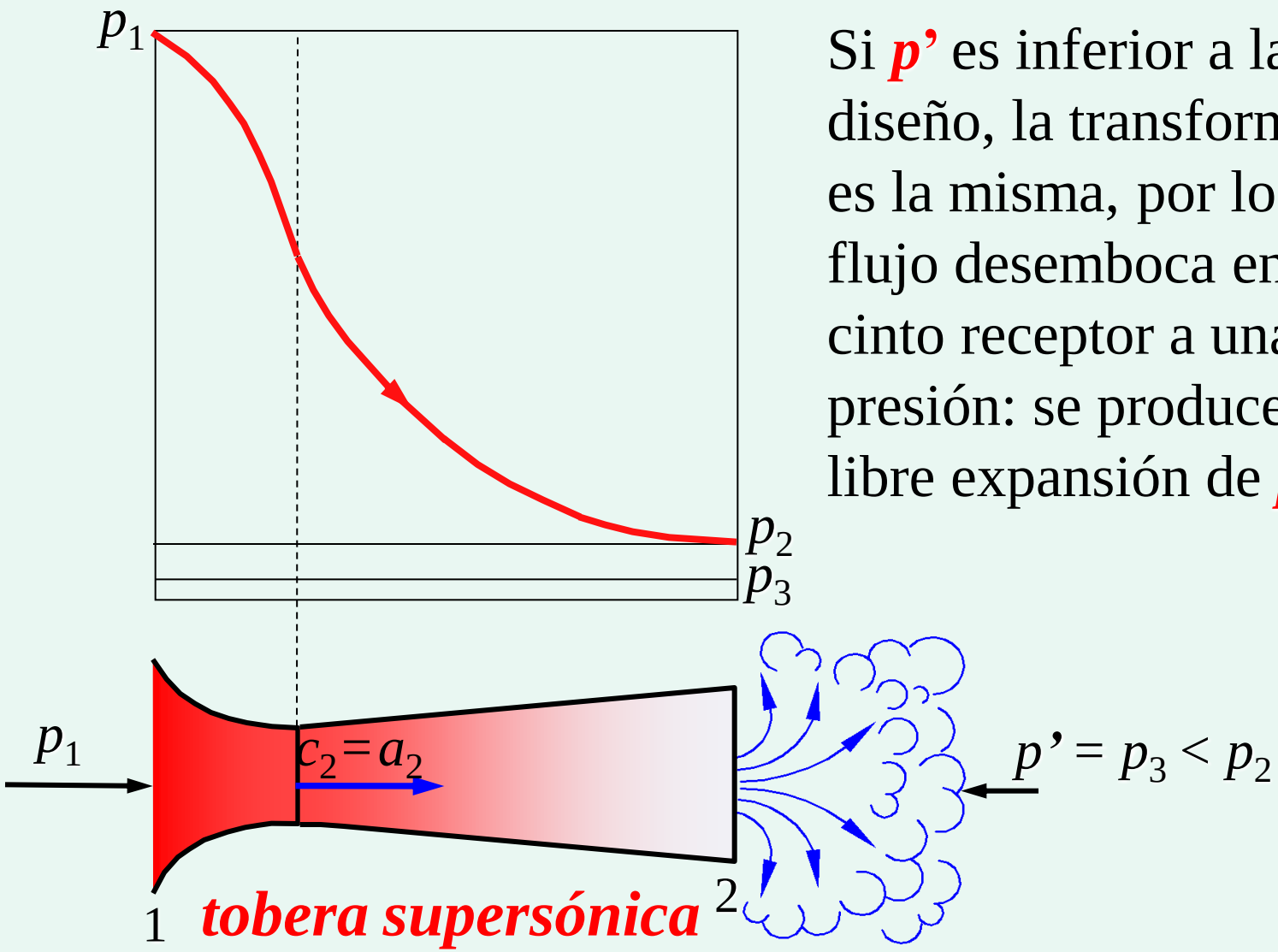
En condiciones fuera de diseño



tobera supersónica

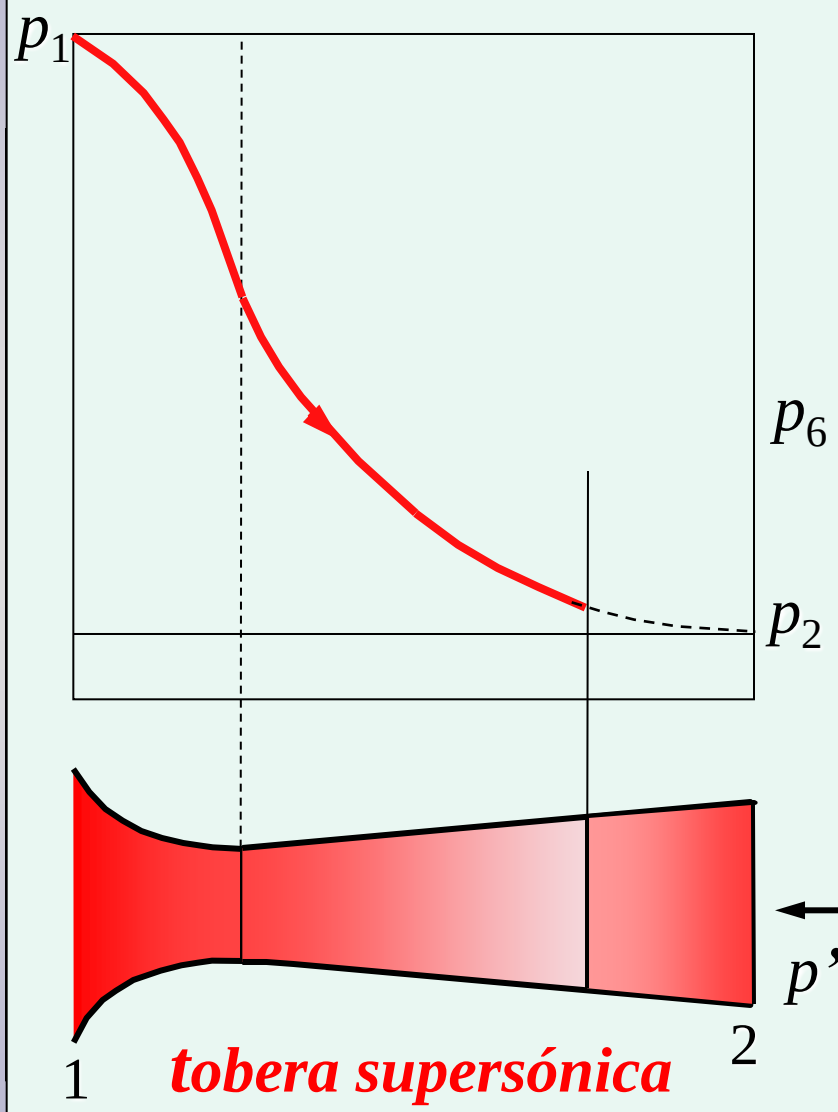
En la parte supersónica, la señal de lo que allí ocurra se transmite hacia el cuello a la velocidad sónica, inferior a la que lleva el flujo, por lo que el cuello no se entera, y suministrará siempre el mismo caudal.

Cuando la contrapresión p' es menor que la de diseño



Si ***p'*** es inferior a la $\boldsymbol{p_2}$ de diseño, la transformación es la misma, por lo que el flujo desemboca en el recinto receptor a una mayor presión: se produce una libre expansión de $\boldsymbol{p_2}$ a ***p'***.

Cuando la contrapresión p' es mayor que la de diseño

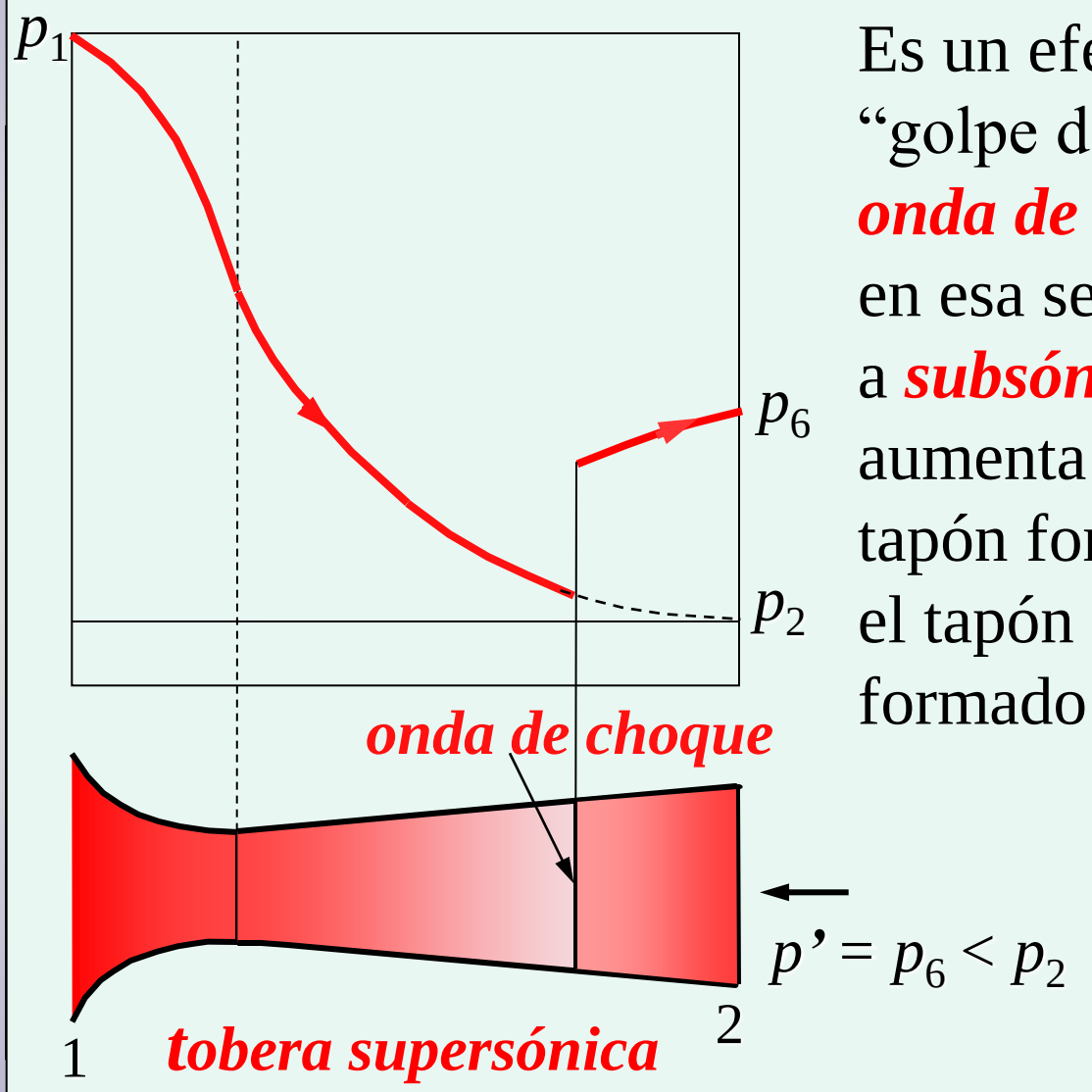


Si ***p'*** es mayor que la $\boldsymbol{p_2}$ de diseño ($\boldsymbol{p_6}$, por ejemplo), la transformación tiende a ser la misma; pero el flujo llega a una sección en la que su presión queda por debajo de la ***p'***.

Entraría fluido que formaría un tapón con el que chocaría el flujo, aumentando éste bruscamente su presión.

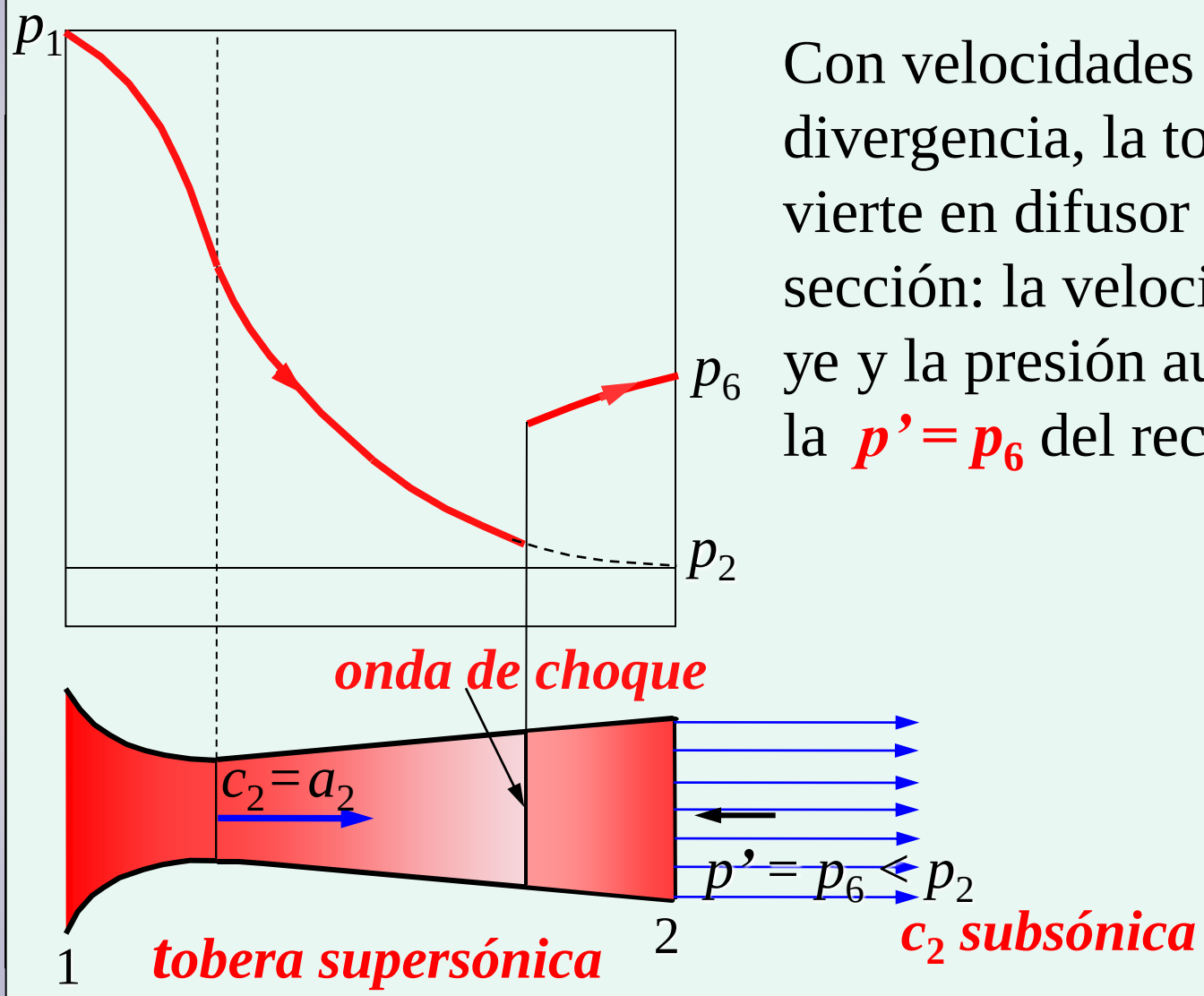
$p' = p_6 < p_2$

Cuando la contrapresión p' es mayor que la de diseño



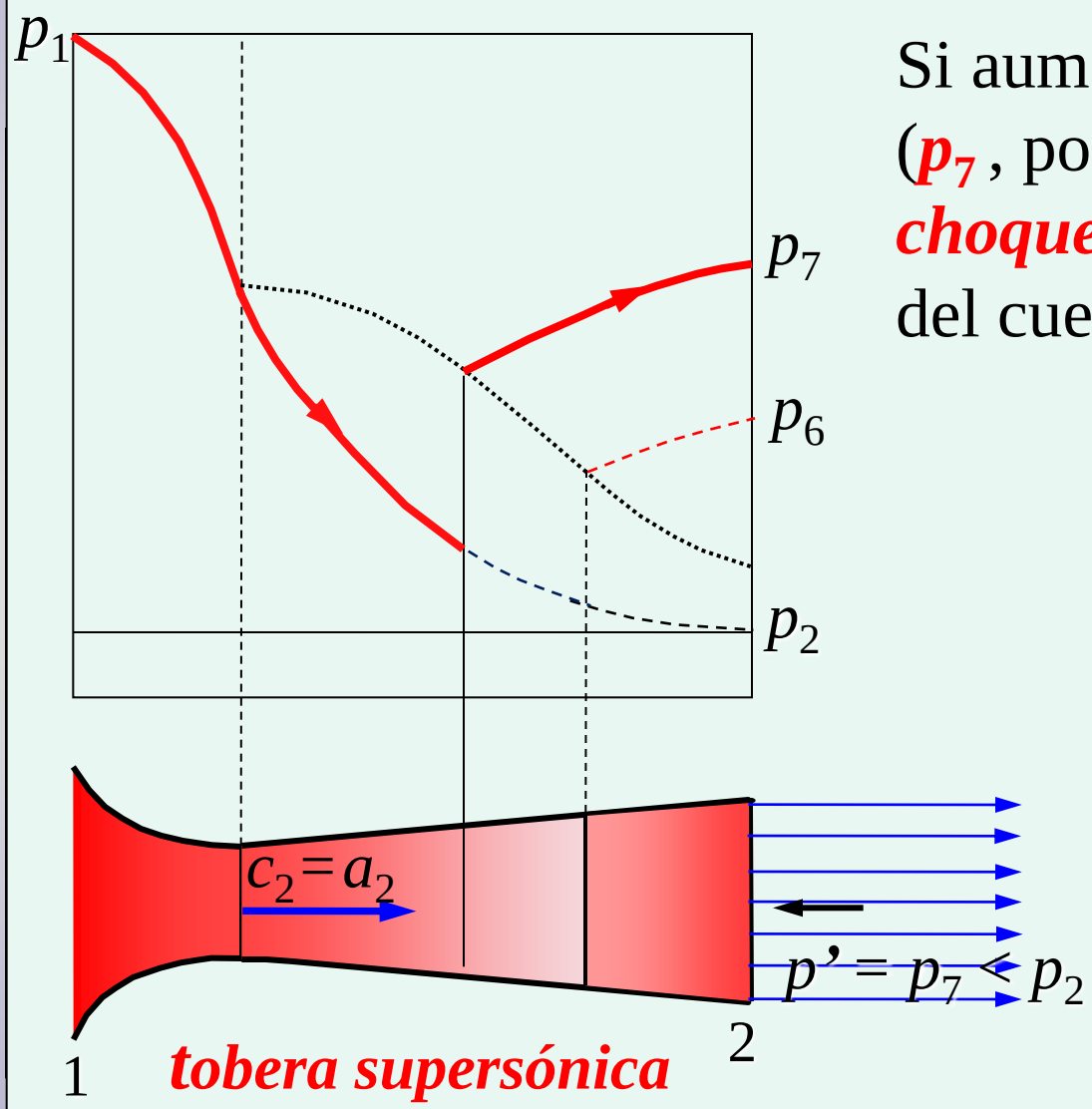
Es un efecto similar a un "golpe de ariete", llamado ***onda de choque*** . El flujo pasa en esa sección de ***supersónico*** a ***subsónico***, y su presión aumenta tanto, que expulsa el tapón formado. Digamos que el tapón es permanentemente formado y expulsado.

Cuando la contrapresión p' es mayor que la de diseño



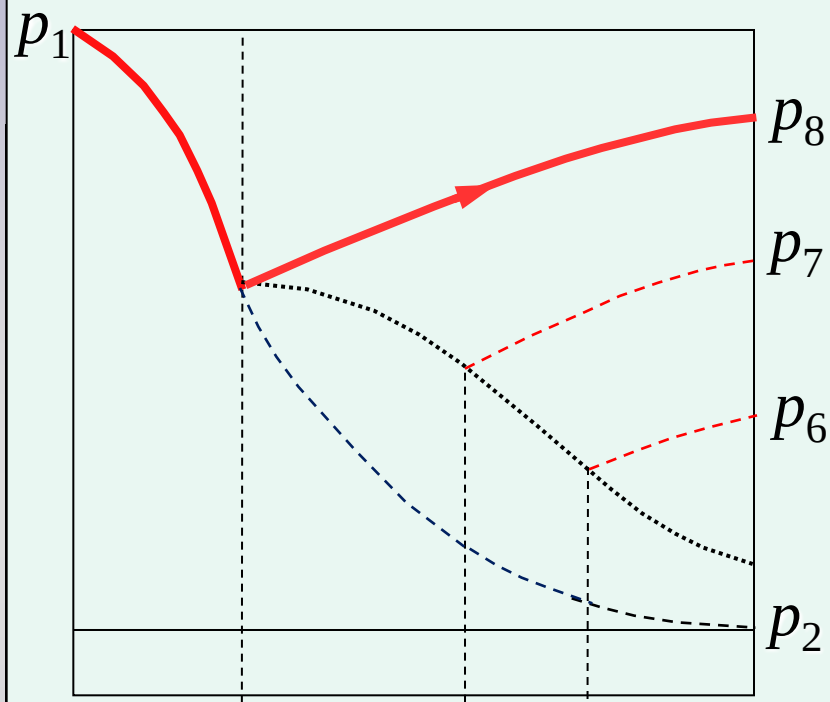
Con velocidades subsónicas y divergencia, la tobera se convierte en difusor a partir de esa sección: la velocidad disminuye y la presión aumenta hasta la $p' = p_6$ del recinto receptor.

Cuando la contrapresión p' es mayor que la de diseño

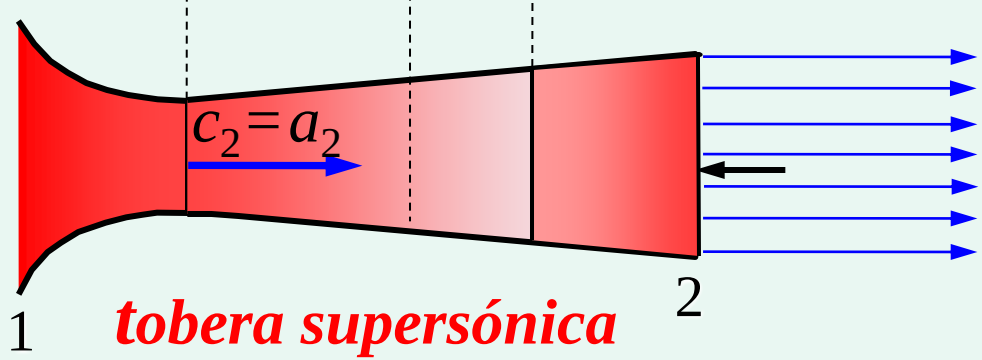


Si aumentamos aún más ***p'*** (***p_7***, por ejemplo), la ***onda de choque*** se forma más cerca del cuello.

Cuando la contrapresión p' es mayor que la de diseño



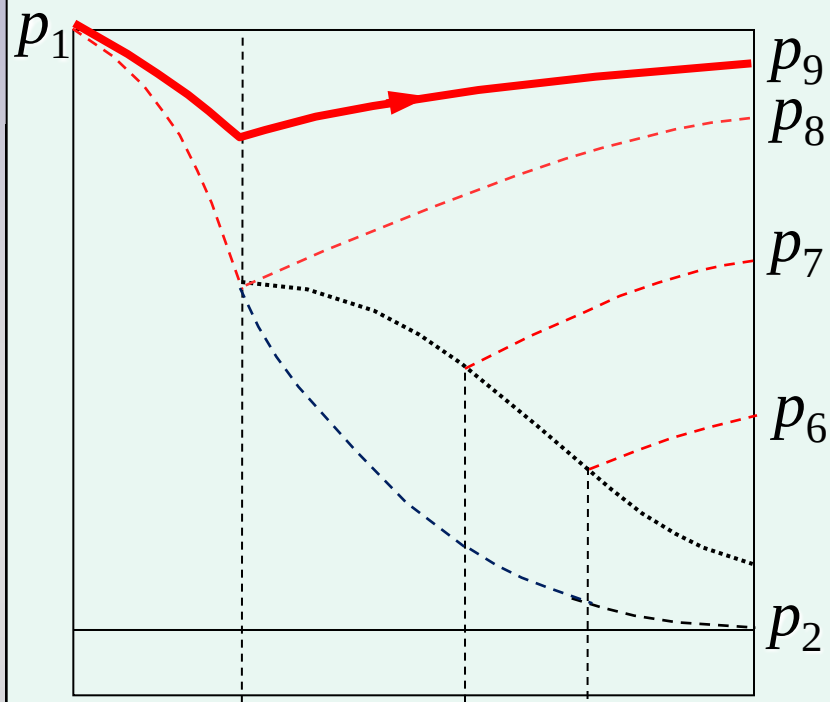
Si seguimos aumentando aún más ***p'***, la ***onda de choque*** se sigue acercando al cuello, aunque cada vez con menor intensidad, llegando al él con intensidad nula (***p' = p₈***).



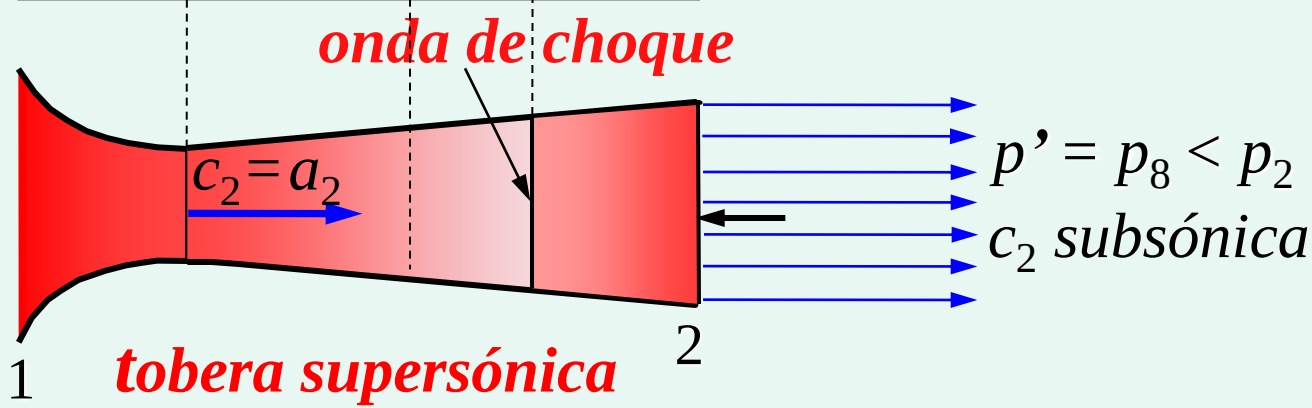
$p' = p_8 < p_2$

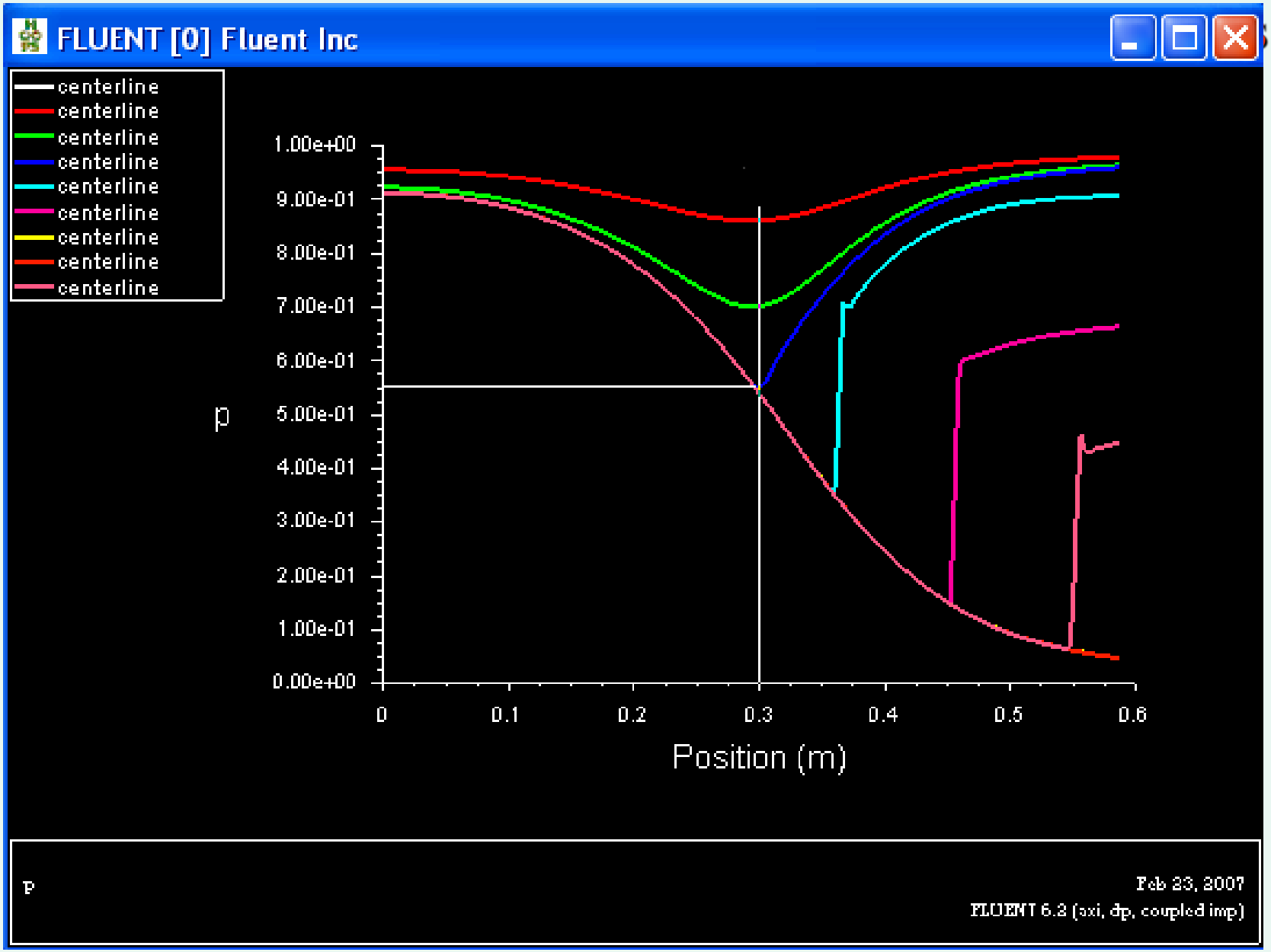
c_2 *subsónica*

Cuando la contrapresión p' es mayor que la de diseño

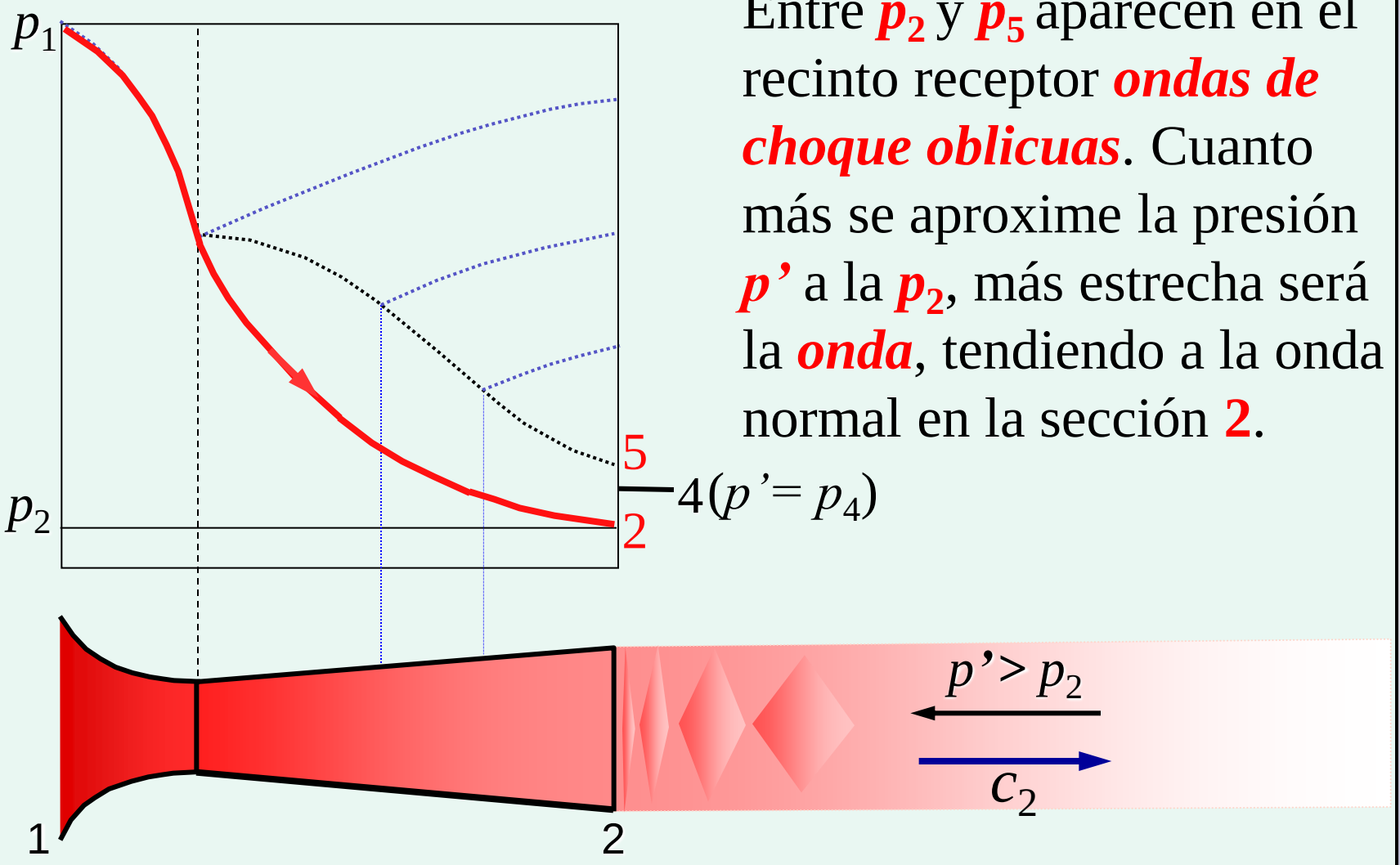


A partir de **p_8**, si subimos aún más la presión **(p_9)**, el caudal comienza a disminuir. La tobera se convertiría en un ***tubo Venturi***, medidor de caudal.




FLUENT [0] Fluent Inc
centerline
centerline
centerline
centerline
centerline
centerline
centerline
centerline
centerline
p
1.00e+00
9.00e-01
8.00e-01
7.00e-01
6.00e-01
5.00e-01
4.00e-01
3.00e-01
2.00e-01
1.00e-01
0.00e+00
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
Position (m)
P
Feb 23, 2007
FLUENT 6.2 (axi, dp, coupled imp)

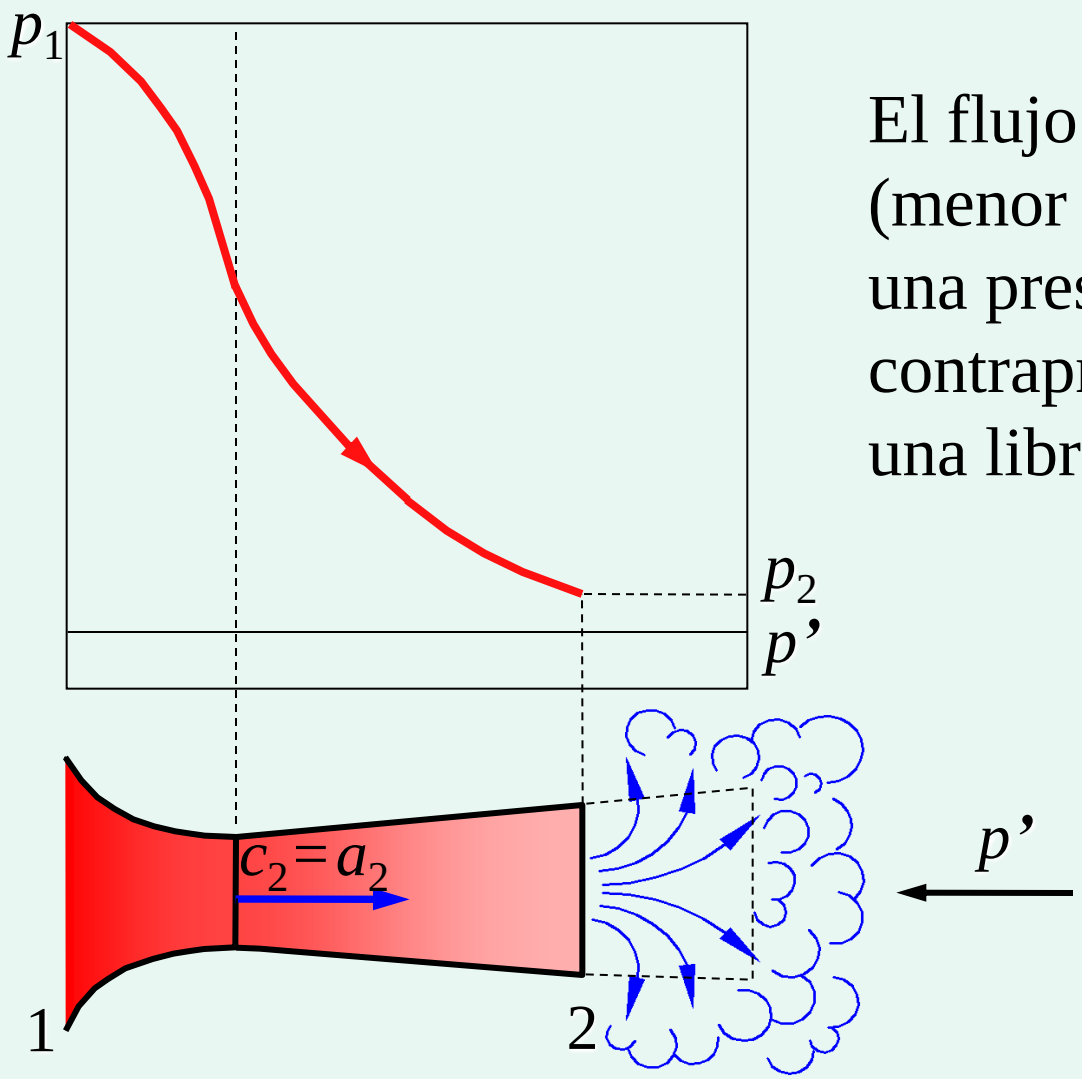
Cuando la contrapresión p' es mayor que la de diseño



Entre p_2 y p_5 aparecen en el recinto receptor ***ondas de choque oblicuas***. Cuanto más se aproxime la presión ***p'*** a la p_2, más estrecha será la ***onda***, tendiendo a la onda normal en la sección **2**.

Onda de choque oblicua

Cuando la sección de salida es menor que la de diseño



El flujo llega a la sección **2** (menor que la de diseño) con una presión $\boldsymbol{p_2}$ superior a la contrapresión ***p'***: se produce una libre expansión, de $\boldsymbol{p_2}$ a ***p'***

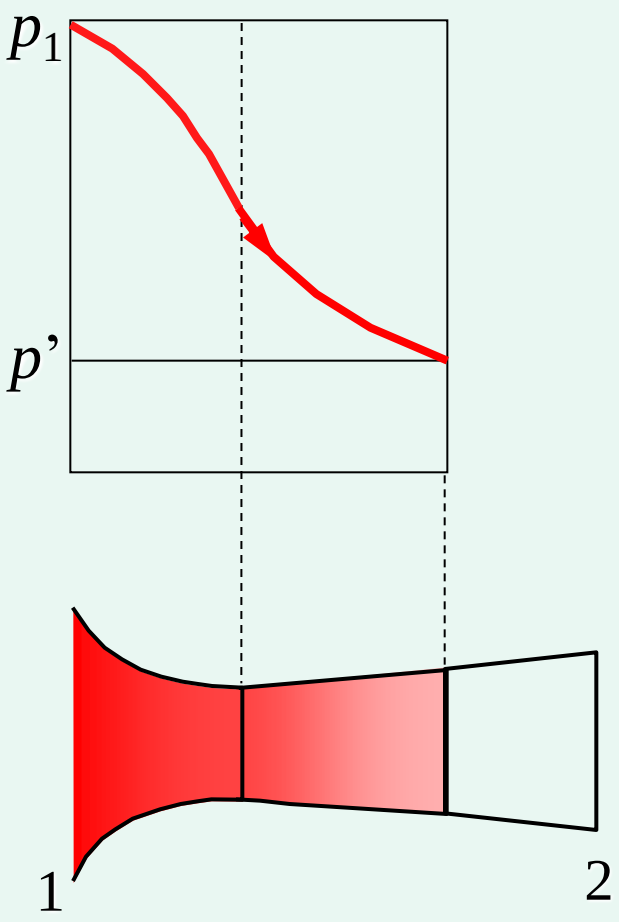
Cuando la sección de salida es mayor que la de diseño

El jefe de uno de los grupos de una central térmica no estaba satisfecho con el soplado de la caldera. Entendió que el problema se resolvería con una mayor velocidad de salida del vapor por las múltiples toberas existentes.

Pensó que lo conseguiría soldándole un suplemento divergente a todas ellas; y así lo hizo. Después del enorme gasto que ello supuso, provocó que las velocidades de salida fueran aún más pequeñas: subsónicas en lugar de supersónicas que antes había. Al jefe que le sucedió le tocó deshacer lo hecho.

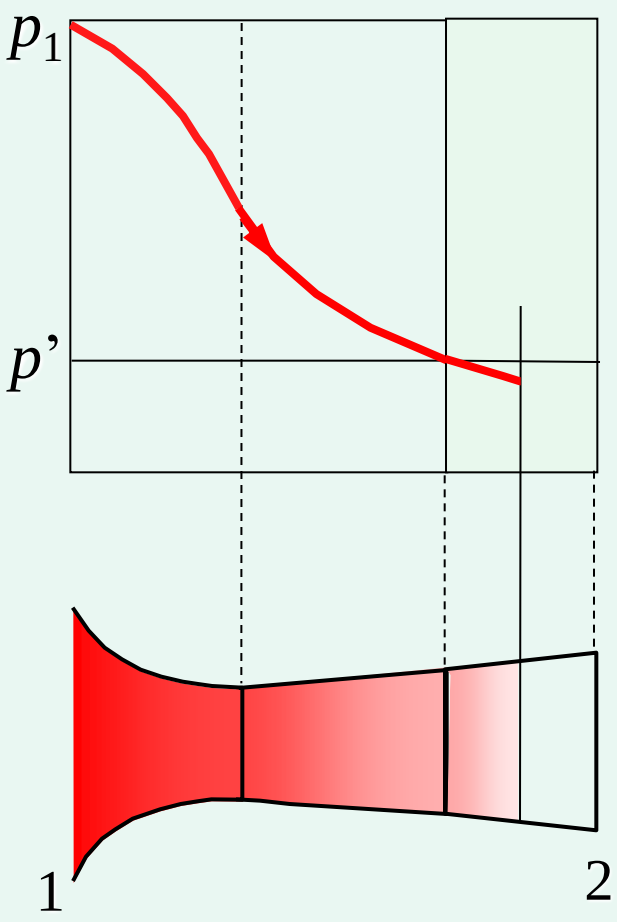
Veamos lo que ocurrió

Cuando la sección de salida es mayor que la de diseño



Prolonguemos hasta **2** la tobera. Con ello conseguimos una sección de salida mayor que la de diseño.

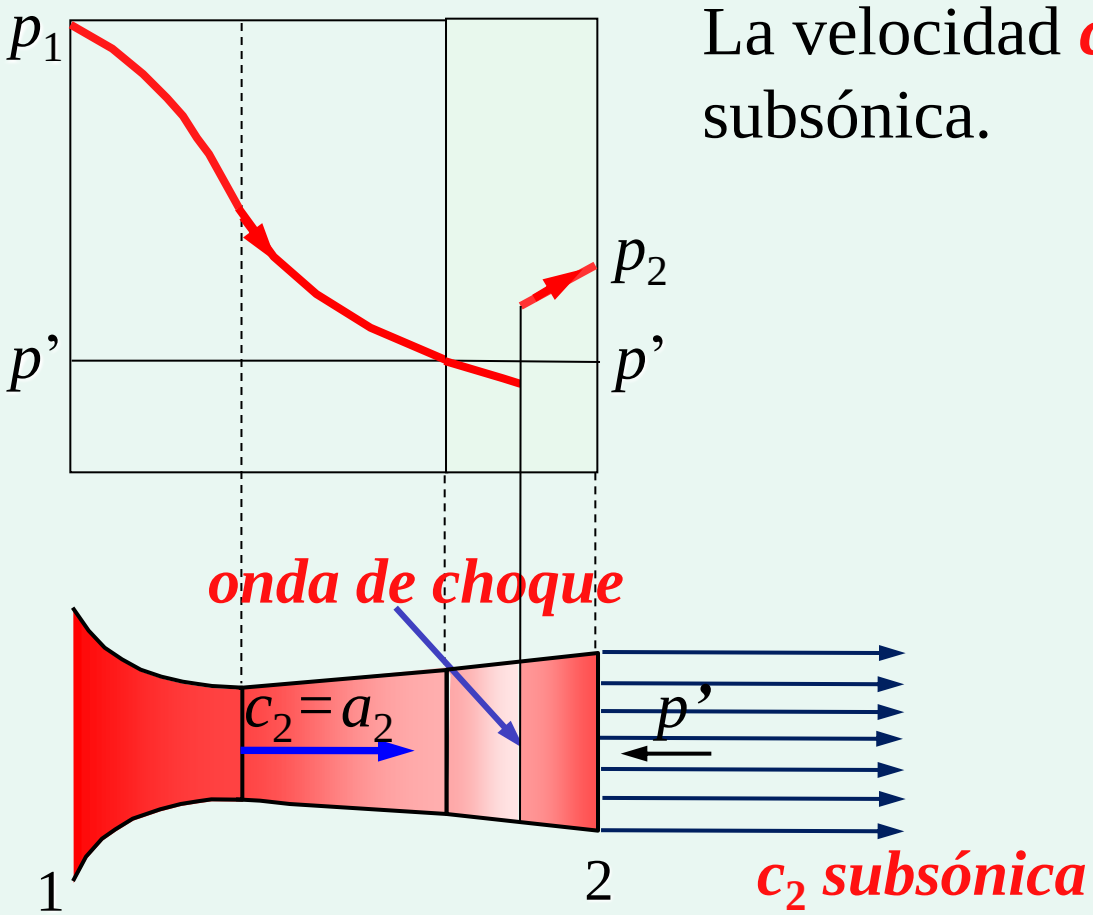
Cuando la sección de salida es mayor que la de diseño



El flujo de vapor sigue expandién-dose por el trozo añadido hasta una presión inferior a la ***p'*** del recinto receptor.

Como en principio no podría salir, se formaría el consabido tapón y su correspondiente ***onda de choque.***

Cuando la sección de salida es mayor que la de diseño



La velocidad c_2 de salida sería subsónica.

Toberas de geometría variable

Cuando las condiciones externas varían, por ejemplo en las toberas de un cohete, hay que cambiar su diseño para adaptarlas a los nuevos requerimientos.

Se recurre para ello a ***toberas de geometría variable.***

Toberas de geometría variable

Toberas de geometría variable

Toberas de geometría variable y orientables